WBBSE (माध्यमिक)

कक्षा 9 गणित

अध्याय 1

वास्तविक संख्याएँ

Full Solution : पूरा हल

birlaeducation.org

कषे देखी 1.1, 1.2, 1.3
परीक्षा की कॉपी में लिखने जैसा हल, हिंदी में

बिरला एजुकेशन

कक्षा 9 गणित : अध्याय 1

वास्तविक संख्याएँ

कषे देखी 1.1, 1.2 और 1.3 : पूरा हल

प्रश्न → चित्र → दिया है → सूत्र और गणना → ∴ उत्तर

पहले ये बातें याद कर लें

प्राकृत संख्याएँ (N) : 1, 2, 3, 4, ... गिनती की संख्याएँ हैं। 1 सबसे छोटी प्राकृत संख्या है और कोई सबसे बड़ी प्राकृत संख्या नहीं होती।

पूर्ण संख्याएँ (W) : 0, 1, 2, 3, ... प्राकृत संख्याओं में 0 को जोड़ने से पूर्ण संख्याएँ बनती हैं।

पूर्णांक (Z) : ..., −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, ... धनात्मक, ऋणात्मक और शून्य, सभी पूर्णांक हैं। 0 न धनात्मक है, न ऋणात्मक।

परिमेय संख्या : p/q के रूप में लिखी जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हों और q ≠ 0

अपरिमेय संख्या : p/q के रूप में लिखी न जा सके, जैसे √2, √3, π

birlaeducation.org

वास्तविक संख्या : परिमेय और अपरिमेय, दोनों तरह की संख्याओं को मिलाकर वास्तविक संख्याएँ बनती हैं। संख्या रेखा का हर बिंदु एक वास्तविक संख्या है और हर वास्तविक संख्या का संख्या रेखा पर एक बिंदु है।

दशमलव के तीन रूप : (1) सांत दशमलव, जैसे 5/8 = 0.625 (2) असांत आवर्ती दशमलव, जैसे 1/3 = 0.333... (3) असांत अनावर्ती दशमलव, जैसे 0.1010010001... पहले दो रूप परिमेय संख्याएँ हैं, तीसरा रूप अपरिमेय संख्या है।

संख्या	कैसी है	क्यों
7	परिमेय	7 = 7/1
0	परिमेय	0 = 0/1
3/5	परिमेय	p/q के रूप में है
√9 = 3	परिमेय	मान पूरा निकलता है
√2, √7	अपरिमेय	मान पूरा नहीं निकलता
π	अपरिमेय	22/7, π का सन्निकट मान है, बराबर नहीं

सांत दशमलव की पहचान : परिमेय संख्या p/q को सरलतम रूप में लिखो। यदि हर q के अभाज्य गुणनखंडों में केवल 2 और 5 हों, तो दशमलव सांत होगा। जैसे 7/20 में 20 = 2 × 2 × 5 है, इसलिए 7/20 = 0.35 सांत है। हर में 2 और 5 के

अलावा कोई और अभाज्य गुणनखंड हो, तो दशमलव असांत आवर्ती होगा।

बीच की परिमेय संख्या : दो संख्याओं a और b के बीच की एक परिमेय संख्या (a + b)/2 होती है। n परिमेय संख्याएँ चाहिए तो d = (b − a)/(n + 1) लेकर a + d, a + 2d, ... लिखो।

ध्यान दो : (1) 0 परिमेय संख्या है, 0 = 0/1 लिखा जा सकता है। (2) π अपरिमेय है, 22/7 सिर्फ उसका सन्निकट मान है। (3) दो अपरिमेय संख्याओं का योग या गुणनफल हमेशा अपरिमेय नहीं होता, जैसे √2 + (−√2) = 0 परिमेय है। (4) हर वास्तविक संख्या अपरिमेय नहीं होती, 3 वास्तविक भी है और परिमेय भी।

कषे देखी 1.1

प्रश्न 1 : परिमेय संख्या की परिभाषा और 4 उदाहरण

प्रश्न : परिमेय संख्या किसे कहते हैं, लिखो। साथ में 4 परिमेय संख्याएँ भी लिखो।

दिया है : परिमेय संख्या की परिभाषा लिखनी है।

⇒ वे संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में लिखा जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हों और q ≠ 0 हो, परिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।

⇒ 4 परिमेय संख्याएँ : 2/3, 3/4, −3/5, 6/7।

⇒ जाँच : 2/3 में p = 2, q = 3 पूर्णांक हैं और q ≠ 0 है, इसलिए यह परिमेय है। ऐसे ही बाकी तीन भी परिमेय हैं।

∴ परिमेय संख्या वह है जो p/q (q ≠ 0) के रूप में लिखी जा सके; उदाहरण : 2/3, 3/4, −3/5, 6/7

प्रश्न 2 : क्या 0 परिमेय संख्या है

प्रश्न : क्या 0 एक परिमेय संख्या है? 0 को p/q के रूप में लिखो, जहाँ p और q पूर्णांक हों, q ≠ 0 हो और p व q में कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड न हो।

दिया है : संख्या 0 है।

⇒ 0 को 0/1 के रूप में लिखा जा सकता है।

⇒ यहाँ p = 0 और q = 1 पूर्णांक हैं, q ≠ 0 है और 0 व 1 में 1 के अलावा कोई उभयनिष्ठ गुणनखंड नहीं है।

⇒ इसलिए 0 परिमेय संख्या की परिभाषा को पूरा करता है।

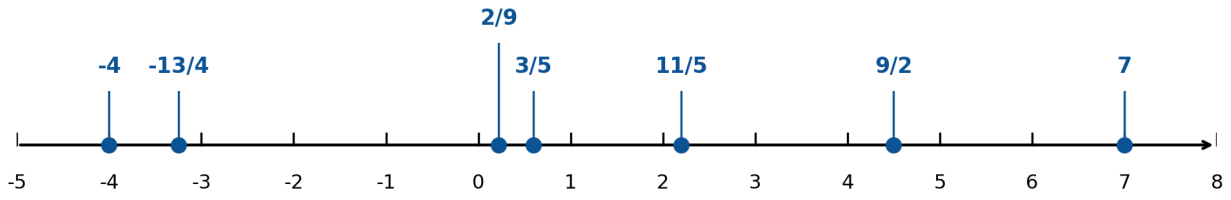
∴ हाँ, 0 एक परिमेय संख्या है; 0 = 0/1

birlaeducation.org

प्रश्न 3 : परिमेय संख्याओं को संख्या रेखा पर दिखाओ

प्रश्न : नीचे दी गई परिमेय संख्याओं को संख्या रेखा पर दिखाओ :

(i) 7 (ii) −4 (iii) 3/5 (iv) 9/2 (v) 2/9 (vi) 11/5 (vii) −13/4



चित्र 1 : संख्या रेखा पर 7, −4, 3/5, 9/2, 2/9, 11/5 और −13/4

दिया है : सात परिमेय संख्याएँ संख्या रेखा पर दिखानी हैं।

⇒ (i) 7 : मूलबिंदु O से दाईं ओर 7 इकाई दूर।

⇒ (ii) −4 : मूलबिंदु O से बाईं ओर 4 इकाई दूर।

⇒ (iii) 3/5 : 0 और 1 के बीच की दूरी को 5 बराबर भागों में बाँटो, दाईं ओर तीसरा भाग 3/5 है।

⇒ (iv) 9/2 = 4.5 : 4 और 5 के ठीक बीच में।

⇒ (v) 2/9 : 0 और 1 के बीच की दूरी को 9 बराबर भागों में बाँटो, दाईं ओर दूसरा भाग 2/9 है।

⇒ (vi) 11/5 = 2.2 : 2 से दाईं ओर 1/5 इकाई आगे।

⇒ (vii) −13/4 = −3.25 : −3 से बाईं ओर 1/4 इकाई आगे।

birlaeducation.org

∴ चित्र 1 में सातों संख्याएँ संख्या रेखा पर दिखा दी गई हैं

> भिन्न को संख्या रेखा पर दिखाते समय पहले उसे दशमलव में बदल लो, जैसे 9/2 = 4.5 और −13/4 = −3.25, फिर जगह पहचानना आसान हो जाता है।

प्रश्न 4 : दो संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या

प्रश्न : नीचे दिए गए दो संख्याओं के बीच एक परिमेय संख्या लिखो और उसे संख्या रेखा पर दिखाओ :
(i) 4 और 5 (ii) 1 और 2 (iii) 1/4 और 1/2 (iv) −1 और 1/2 (v) 1/4 और 1/3 (vi) −2 और −1

दिया है : दो संख्याओं के बीच की परिमेय संख्या (a + b)/2 से मिलती है।
⇒ (i) 4 और 5 के बीच : (4 + 5)/2 = 9/2 = 4.5।
⇒ (ii) 1 और 2 के बीच : (1 + 2)/2 = 3/2 = 1.5।
⇒ (iii) 1/4 और 1/2 के बीच : (1/4 + 1/2)/2 = (3/4)/2 = 3/8।
⇒ (iv) −1 और 1/2 के बीच : (−1 + 1/2)/2 = (−1/2)/2 = −1/4।
⇒ (v) 1/4 और 1/3 के बीच : (1/4 + 1/3)/2 = (7/12)/2 = 7/24।
⇒ (vi) −2 और −1 के बीच : (−2 + (−1))/2 = −3/2 = −1.5।
⇒ संख्या रेखा पर हर उत्तर दोनों दी गई संख्याओं के ठीक बीच में पड़ता है।

∴ (i) 9/2, (ii) 3/2, (iii) 3/8, (iv) −1/4, (v) 7/24, (vi) −3/2

प्रश्न 5 : 4 और 5 के बीच 3 परिमेय संख्याएँ

birlaeducation.org

प्रश्न : 4 और 5 के बीच की 3 परिमेय संख्याएँ लिखो और उन्हें संख्या रेखा पर दिखाओ।

दिया है : 4 और 5 के बीच 3 परिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।
⇒ 4 और 5 के बीच की दूरी 1 इकाई है।
⇒ पहली संख्या = 4 + 1/2 = 9/2।
⇒ दूसरी संख्या = 4 + 1/3 = 13/3।
⇒ तीसरी संख्या = 4 + 1/4 = 17/4।
⇒ जाँच : 9/2 = 4.5, 13/3 = 4.333..., 17/4 = 4.25, तीनों 4 से बड़ी और 5 से छोटी हैं।
⇒ संख्या रेखा पर 4 और 5 के बीच पहले 4.25, फिर 4.333... और फिर 4.5 पड़ते हैं।

∴ 4 और 5 के बीच की 3 परिमेय संख्याएँ : 9/2, 13/3, 17/4

प्रश्न 6 : 1 और 2 के बीच 6 परिमेय संख्याएँ

प्रश्न : 1 और 2 के बीच की 6 परिमेय संख्याएँ लिखो और उन्हें संख्या रेखा पर दिखाओ।

दिया है : 1 और 2 के बीच 6 परिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।

⇒ पहली संख्या = 1 + 1/2 = 3/2।

⇒ दूसरी संख्या = 1 + 1/3 = 4/3।

⇒ तीसरी संख्या = 1 + 1/4 = 5/4।

⇒ चौथी संख्या = 1 + 1/5 = 6/5।

⇒ पाँचवीं संख्या = 1 + 1/6 = 7/6।

⇒ छठी संख्या = 1 + 1/7 = 8/7।

⇒ जाँच : 3/2 = 1.5, 4/3 = 1.333..., 5/4 = 1.25, 6/5 = 1.2, 7/6 = 1.166..., 8/7 = 1.142..., छहों 1 से बड़ी और 2 से छोटी हैं।

∴ 1 और 2 के बीच की 6 परिमेय संख्याएँ : 3/2, 4/3, 5/4, 6/5, 7/6, 8/7

प्रश्न 7 : 1/5 और 1/4 के बीच 3 परिमेय संख्याएँ

birlaeducation.org

प्रश्न : 1/5 और 1/4 के बीच की 3 परिमेय संख्याएँ लिखो।

दिया है : 1/5 और 1/4 के बीच 3 परिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।

⇒ पहली संख्या = (1/5 + 1/4)/2 = (9/20)/2 = 9/40।

⇒ दूसरी संख्या = (1/5 + 9/40)/2 = (17/40)/2 = 17/80।

⇒ तीसरी संख्या = (9/40 + 1/4)/2 = (19/40)/2 = 19/80।

⇒ जाँच : 1/5 = 0.2, 1/4 = 0.25, और 9/40 = 0.225, 17/80 = 0.2125, 19/80 = 0.2375, तीनों 0.2 और 0.25 के बीच हैं।

∴ 1/5 और 1/4 के बीच की 3 परिमेय संख्याएँ : 9/40, 17/80, 19/80

> बीच की संख्या निकालने के लिए (a + b)/2 का सूत्र बार बार लगाओ : पहले दोनों सिरों का मध्य निकालो, फिर उस मध्य और किसी एक सिरे का मध्य निकालो।

प्रश्न 8 : सत्य या असत्य लिखो

प्रश्न : नीचे दिए गए कथनों के आगे (T) लिखो यदि कथन सत्य हो और (F) लिखो यदि कथन असत्य हो :
(i) दो पूर्णांकों को जोड़ने और गुणा करने पर पूर्णांक ही मिलता है।
(ii) दो पूर्णांकों को भाग देने पर पूर्णांक ही मिलता है।

दिया है : दो कथनों की जाँच करनी है।
⇒ (i) दो पूर्णांकों का योग और गुणनफल हमेशा पूर्णांक होता है। जैसे $3 + (-5) = -2$ और $3 \times (-5) = -15$, दोनों पूर्णांक हैं।
⇒ इसलिए कथन (i) **सत्य (T)** है।
⇒ (ii) दो पूर्णांकों का भागफल हमेशा पूर्णांक नहीं होता। जैसे $3 \div 2 = 3/2$, जो पूर्णांक नहीं है।
⇒ इसलिए कथन (ii) **असत्य (F)** है।

∴ (i) सत्य (T), (ii) असत्य (F)

प्रश्न 9 : दो परिमेय संख्याओं से क्या मिलेगा

birlaeducation.org

प्रश्न : दो परिमेय संख्याओं को जोड़ने, घटाने, गुणा करने और भाग देने (भाजक शून्य न हो) पर क्या मिलेगा, देखकर लिखो।

दिया है : दो परिमेय संख्याएँ 2/3 और 4/5 लेकर चारों संक्रियाएँ करके देखो।
⇒ जोड़ : $2/3 + 4/5 = 10/15 + 12/15 = 22/15$, जो परिमेय है।
⇒ घटाना : $2/3 - 4/5 = 10/15 - 12/15 = -2/15$, जो परिमेय है।
⇒ गुणा : $2/3 \times 4/5 = 8/15$, जो परिमेय है।
⇒ भाग : $(2/3) \div (4/5) = 2/3 \times 5/4 = 10/12 = 5/6$, जो परिमेय है।
⇒ परिमेय संख्याएँ जोड़, घटाना, गुणा और भाग (भाजक शून्य न हो) के लिए बंद होती हैं।

∴ दो परिमेय संख्याओं को जोड़ने, घटाने, गुणा करने या भाग देने पर हमेशा परिमेय संख्या ही मिलती है

कषे देखी 1.2

प्रश्न 1 : सत्य या असत्य लिखो

प्रश्न : नीचे दिए गए कथन सत्य हैं या असत्य, लिखो :

(i) दो परिमेय संख्याओं का योग हमेशा परिमेय होता है।

(ii) दो अपरिमेय संख्याओं का योग हमेशा अपरिमेय होता है।

(iii) दो परिमेय संख्याओं का गुणनफल हमेशा परिमेय होता है।

(iv) दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल हमेशा परिमेय होता है।

(v) हर परिमेय संख्या वास्तविक संख्या होती है।

(vi) हर वास्तविक संख्या अपरिमेय होती है।

(i) $1/2 + 3/4 = 5/4$ परिमेय है। परिमेय संख्याएँ योग के लिए बंद होती हैं।

⇒ कथन **सत्य** है।

(ii) $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$, जो परिमेय है। इसलिए योग हमेशा अपरिमेय नहीं होता।

⇒ कथन **असत्य** है।

(iii) $2/3 \times 5/7 = 10/21$ परिमेय है। परिमेय संख्याएँ गुणा के लिए बंद होती हैं।

⇒ कथन **सत्य** है।

(iv) $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 2$ परिमेय है, पर $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$ अपरिमेय है। इसलिए गुणनफल कभी परिमेय, कभी अपरिमेय होता है।

⇒ कथन **असत्य** है।

(v) हर परिमेय संख्या वास्तविक संख्याओं के समुच्चय में आती है, जैसे 4/5 परिमेय भी है और वास्तविक भी।

⇒ कथन **सत्य** है।

(vi) 3 वास्तविक संख्या है, पर परिमेय है, अपरिमेय नहीं। वास्तविक संख्याओं में परिमेय भी होते हैं।

⇒ कथन **असत्य** है।

∴ (i) सत्य, (ii) असत्य, (iii) सत्य, (iv) असत्य, (v) सत्य, (vi) असत्य

birlaeducation.org

प्रश्न 2 : अपरिमेय संख्या की परिभाषा और 4 उदाहरण

प्रश्न : अपरिमेय संख्या किसे कहते हैं, लिखो। साथ में 4 अपरिमेय संख्याएँ भी लिखो।

दिया है : अपरिमेय संख्या की परिभाषा लिखनी है।

⇒ वे संख्याएँ जिन्हें p/q के रूप में लिखा न जा सके, जहाँ p और q पूर्णांक हों और $q \neq 0$ हो, अपरिमेय संख्याएँ कहलाती हैं।

⇒ 4 अपरिमेय संख्याएँ : $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$ और π।

⇒ जाँच : $\sqrt{2} = 1.4142135...$ का दशमलव न समाप्त होता है, न दोहराता है, इसलिए यह p/q के रूप में नहीं लिखा जा सकता। ऐसे ही बाकी तीन भी अपरिमेय हैं।

∴ अपरिमेय संख्या वह है जो p/q ($q \neq 0$) के रूप में लिखी न जा सके; उदाहरण : $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, π

प्रश्न 3 : परिमेय और अपरिमेय छाँटो

प्रश्न : नीचे दी गई संख्याओं में से परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ अलग अलग लिखो :

(i) $\sqrt{9}$ (ii) $\sqrt{225}$ (iii) $\sqrt{7}$ (iv) $\sqrt{50}$ (v) $\sqrt{100}$ (vi) $-\sqrt{81}$ (vii) $\sqrt{42}$ (viii) $\sqrt{29}$ (ix) $-\sqrt{1000}$

birlaeducation.org

दिया है : नौ संख्याओं को परिमेय और अपरिमेय में बाँटना है।

⇒ (i) $\sqrt{9} = 3$, परिमेय है।

⇒ (ii) $\sqrt{225} = 15$, परिमेय है।

⇒ (iii) $\sqrt{7}$ अपरिमेय है, क्योंकि 7 पूर्ण वर्ग नहीं है।

⇒ (iv) $\sqrt{50} = 5\sqrt{2}$ अपरिमेय है।

⇒ (v) $\sqrt{100} = 10$, परिमेय है।

⇒ (vi) $-\sqrt{81} = -9$, परिमेय है।

⇒ (vii) $\sqrt{42}$ अपरिमेय है, क्योंकि 42 पूर्ण वर्ग नहीं है।

⇒ (viii) $\sqrt{29}$ अपरिमेय है, क्योंकि 29 पूर्ण वर्ग नहीं है।

⇒ (ix) $-\sqrt{1000} = -10\sqrt{10}$ अपरिमेय है।

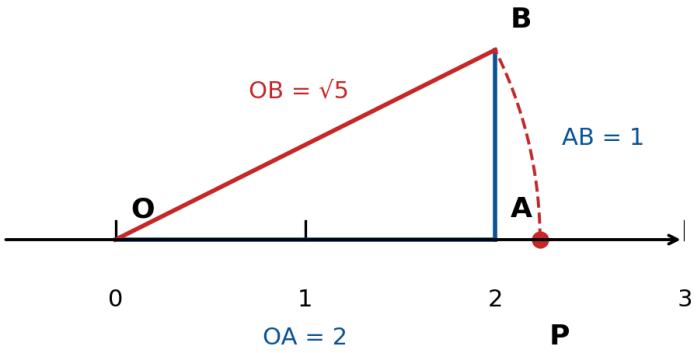
∴ परिमेय : $\sqrt{9}$, $\sqrt{225}$, $\sqrt{100}$, $-\sqrt{81}$ अपरिमेय : $\sqrt{7}$, $\sqrt{50}$, $\sqrt{42}$, $\sqrt{29}$, $-\sqrt{1000}$

> पहले देखो कि वर्गमूल पूरा निकलता है या नहीं। पूरा निकले तो परिमेय, न निकले तो अपरिमेय। जैसे $\sqrt{225} = 15$ पूरा निकलता है, पर $\sqrt{42}$ पूरा नहीं निकलता।

प्रश्न 4 : √5 को संख्या रेखा पर दिखाओ

प्रश्न : √5 को संख्या रेखा पर दिखाओ।

OP = OB = √5



चित्र 2 : √5 की रचना, OA = 2, AB = 1, OB = √5

दिया है : √5 को संख्या रेखा पर दिखाना है।

⇒ संख्या रेखा पर O मूलबिंदु लो और OA = 2 इकाई नापो।

⇒ A पर OA पर लंब AB = 1 इकाई खींचो और O को B से जोड़ो।

⇒ पाइथागोरस प्रमेय से, $OB^2 = OA^2 + AB^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5$।

⇒ इसलिए OB = √5 इकाई।

⇒ O को केंद्र और OB को त्रिज्या लेकर चाप खींचो, जो संख्या रेखा को P पर काटता है।

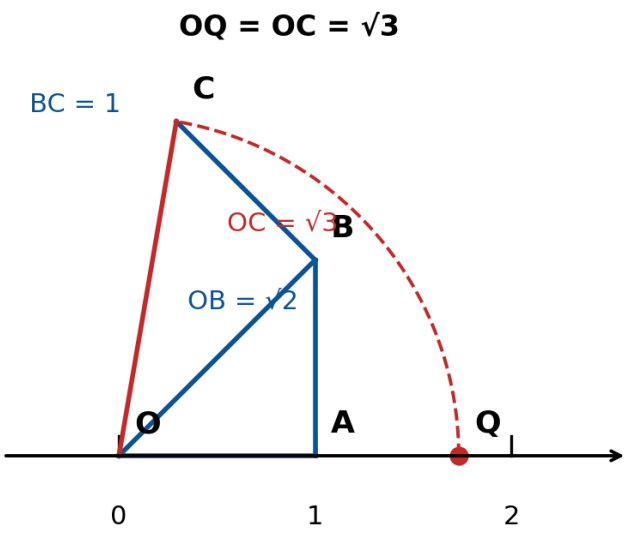
⇒ OP = OB = √5 इकाई।

∴ बिंदु P संख्या रेखा पर √5 को दिखाता है

birlaeducation.org

प्रश्न 5 : √3 को संख्या रेखा पर दिखाओ

प्रश्न : √3 को संख्या रेखा पर दिखाओ।



चित्र 3 : √3 की रचना, पहले √2 बनाओ, फिर उस पर 1 इकाई का लंब खींचो

दिया है : √3 को संख्या रेखा पर दिखाना है।

⇒ पहले √2 बनाओ : OA = 1 इकाई लो, A पर लंब AB = 1 इकाई खींचो।

⇒ पाइथागोरस से, $OB^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, इसलिए OB = √2 इकाई।

⇒ अब B पर OB पर लंब BC = 1 इकाई खींचो और O को C से जोड़ो।

⇒ पाइथागोरस से, $OC^2 = OB^2 + BC^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2 = 2 + 1 = 3$।

⇒ इसलिए OC = √3 इकाई।

⇒ O को केंद्र और OC को त्रिज्या लेकर चाप खींचो, जो संख्या रेखा को Q पर काटता है।

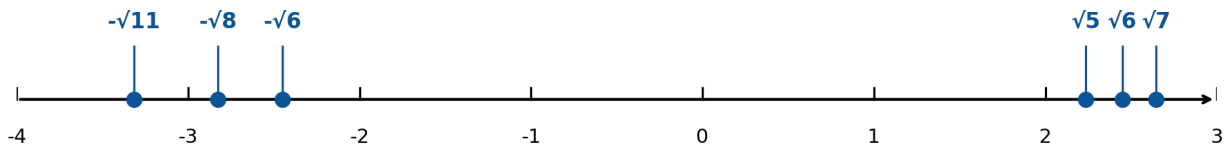
⇒ OQ = OC = √3 इकाई।

∴ बिंदु Q संख्या रेखा पर √3 को दिखाता है

birlaeducation.org

प्रश्न 6 : √5, √6, √7, −√6, −√8, −√11 एक ही रेखा पर

प्रश्न : √5, √6, √7, −√6, −√8 और −√11 को एक ही संख्या रेखा पर दिखाओ।



चित्र 4 : एक ही संख्या रेखा पर √5, √6, √7, −√6, −√8, −√11

दिया है : छह अपरिमेय संख्याओं को एक ही संख्या रेखा पर दिखाना है।

⇒ पहले हर संख्या का सन्निकट मान निकालो : √5 = 2.236..., √6 = 2.449..., √7 = 2.645..., −√6 = −2.449..., −√8 = −2.828..., −√11 = −3.316...।

⇒ धनात्मक संख्याएँ 0 के दाईं ओर और ऋणात्मक संख्याएँ 0 के बाईं ओर पड़ती हैं।

⇒ क्रम बाईं ओर से : −√11, फिर −√8, फिर −√6, फिर 0, फिर √5, फिर √6, फिर √7।

⇒ हर संख्या को उसके सन्निकट मान के स्थान पर बिंदु से दिखाओ, जैसा चित्र 4 में है।

∴ चित्र 4 में छहों संख्याएँ एक ही संख्या रेखा पर दिखा दी गई हैं

birlaeducation.org

> एक से अधिक वर्गमूल एक ही रेखा पर दिखाने हों तो पहले सबके सन्निकट दशमलव मान निकाल लो, फिर उनका क्रम देखकर बिंदु लगाओ।

कषे देखी 1.3

प्रश्न 1 : बिना भाग दिए सांत दशमलव पहचानो

प्रश्न : बिना भाग दिए बताओ कि नीचे दी गई संख्याओं में से किनका दशमलव सांत होगा :
(i) 17/80 (ii) 13/24 (iii) 17/12 (iv) 16/125 (v) 4/35

दिया है : हर के अभाज्य गुणनखंड देखकर सांत दशमलव पहचानना है।

⇒ (i) 17/80 : हर 80 = 2 × 2 × 2 × 2 × 5 है, इसमें केवल 2 और 5 हैं।

⇒ इसलिए 17/80 का दशमलव **सांत** होगा।

⇒ (ii) 13/24 : हर 24 = 2 × 2 × 2 × 3 है, इसमें 3 भी है।

⇒ इसलिए 13/24 का दशमलव **सांत नहीं** होगा।

⇒ (iii) 17/12 : हर 12 = 2 × 2 × 3 है, इसमें 3 भी है।

⇒ इसलिए 17/12 का दशमलव **सांत नहीं** होगा।

⇒ (iv) 16/125 : हर 125 = 5 × 5 × 5 है, इसमें केवल 5 है।

⇒ इसलिए 16/125 का दशमलव **सांत** होगा।

⇒ (v) 4/35 : हर 35 = 5 × 7 है, इसमें 7 भी है।

⇒ इसलिए 4/35 का दशमलव **सांत नहीं** होगा।

birlaeducation.org

∴ सांत दशमलव : 17/80 और 16/125; सांत नहीं : 13/24, 17/12, 4/35

प्रश्न 2 : दशमलव में बदलो और प्रकार लिखो

प्रश्न : नीचे दी गई संख्याओं को दशमलव में बदलो और बताओ कि दशमलव किस प्रकार का है :
(i) 1/11 (ii) 5/8 (iii) 3/13 (iv) 3 सही 1/8 (v) 2/11 (vi) 7/25

दिया है : भाग देकर दशमलव निकालना है।

⇒ (i) 1/11 = 0.090909... : 09 बार बार दोहराता है, **असांत आवर्ती**।

⇒ (ii) 5/8 = 0.625 : भाग पूरा हो जाता है, **सांत**।

⇒ (iii) 3/13 = 0.230769230769... : 230769 बार बार दोहराता है, **असांत आवर्ती**।

⇒ (iv) 3 सही 1/8 = 25/8 = 3.125 : भाग पूरा हो जाता है, **सांत**।

⇒ (v) 2/11 = 0.181818... : 18 बार बार दोहराता है, **असांत आवर्ती**।

⇒ (vi) 7/25 = 0.28 : भाग पूरा हो जाता है, **सांत**।

∴ सांत : 5/8 = 0.625, 3 सही 1/8 = 3.125, 7/25 = 0.28; असांत आवर्ती : 1/11 = 0.090909..., 3/13 = 0.230769..., 2/11 = 0.181818...

birlaeducation.org

प्रश्न 3 : आवर्ती दशमलव को p/q के रूप में लिखो

प्रश्न : नीचे दी गई संख्याओं को p/q के रूप में लिखो, जहाँ p और q पूर्णांक हों और q ≠ 0 हो :
(i) 0.333... (ii) 1.333... (iii) 0.5444... (iv) 0.3434... (v) 3.1414... (vi) 0.1777... (vii) 0.4777... (viii) 0.5454... (ix) 0.001001... (x) 0.163163...

(i) माना x = 0.333...

⇒ 10x = 3.333...

⇒ 10x − x = 3 ⇒ 9x = 3 ⇒ x = 3/9 = 1/3।

(ii) माना x = 1.333...

⇒ 10x = 13.333...

⇒ 10x − x = 12 ⇒ 9x = 12 ⇒ x = 12/9 = 4/3।

(iii) माना x = 0.5444...

⇒ 10x = 5.444... और 100x = 54.444...

⇒ 100x − 10x = 49 ⇒ 90x = 49 ⇒ x = 49/90।

(iv) माना x = 0.3434...

⇒ 100x = 34.3434...

⇒ 100x − x = 34 ⇒ 99x = 34 ⇒ x = 34/99।

birlaeducation.org

(v) माना x = 3.1414...

⇒ 100x = 314.1414...

⇒ 100x − x = 311 ⇒ 99x = 311 ⇒ x = 311/99।

(vi) माना x = 0.1777...

⇒ 10x = 1.777... और 100x = 17.777...

⇒ 100x − 10x = 16 ⇒ 90x = 16 ⇒ x = 16/90 = 8/45।

(vii) माना x = 0.4777...

⇒ 10x = 4.777... और 100x = 47.777...

⇒ 100x − 10x = 43 ⇒ 90x = 43 ⇒ x = 43/90।

(viii) माना x = 0.5454...

⇒ 100x = 54.5454...

⇒ 100x − x = 54 ⇒ 99x = 54 ⇒ x = 54/99 = 6/11।

(ix) माना x = 0.001001...

⇒ 1000x = 1.001001...

⇒ 1000x − x = 1 ⇒ 999x = 1 ⇒ x = 1/999।

(x) माना x = 0.163163...

⇒ 1000x = 163.163163...

⇒ 1000x − x = 163 ⇒ 999x = 163 ⇒ x = 163/999।

∴ (i) 1/3, (ii) 4/3, (iii) 49/90, (iv) 34/99, (v) 311/99, (vi) 8/45, (vii) 43/90, (viii) 6/11, (ix) 1/999, (x) 163/999

> आवर्ती दशमलव को p/q में बदलने की तरकीब : दोहराने वाले अंकों की गिनती के हिसाब से 10, 100 या 1000 से गुणा करके घटाओ, ताकि दशमलव वाला हिस्सा कट जाए।

प्रश्न 4 : चार असांत अनावर्ती दशमलव लिखो

प्रश्न : चार ऐसी संख्याएँ लिखो जिनका दशमलव प्रसार असांत और अनावर्ती हो।

दिया है : चार असांत अनावर्ती दशमलव लिखने हैं।

⇒ असांत अनावर्ती दशमलव वह होता है जो न समाप्त हो और जिसमें अंकों का कोई खंड दोहराता न हो।

⇒ पहली संख्या : 0.45045004500045...

⇒ दूसरी संख्या : 0.8080080008...

⇒ तीसरी संख्या : 0.85855855585555...

⇒ चौथी संख्या : 0.91911911191111...

⇒ जाँच : चारों में शून्यों और अंकों का क्रम हर बार बदलता है, कोई खंड दोहराता नहीं है और दशमलव समाप्त नहीं होता।

∴ चार असांत अनावर्ती संख्याएँ : 0.45045004500045..., 0.8080080008..., 0.85855855585555..., 0.91911911191111...

birlaeducation.org

प्रश्न 5 : 5/7 और 9/7 के बीच 3 अपरिमेय संख्याएँ

प्रश्न : 5/7 और 9/7 के बीच की 3 अलग अलग अपरिमेय संख्याएँ लिखो।

दिया है : 5/7 और 9/7 के बीच 3 अपरिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।

⇒ 5/7 = 0.714285... और 9/7 = 1.285714...।

⇒ बीच की अपरिमेय संख्या असांत अनावर्ती होनी चाहिए और 0.714285... से बड़ी व 1.285714... से छोटी होनी चाहिए।

⇒ पहली संख्या : 0.8080080008...

⇒ दूसरी संख्या : 0.9090090009...

⇒ तीसरी संख्या : 1.1010010001...

⇒ जाँच : तीनों 0.714285... से बड़ी और 1.285714... से छोटी हैं, और तीनों असांत अनावर्ती हैं।

∴ 5/7 और 9/7 के बीच की 3 अपरिमेय संख्याएँ : 0.8080080008..., 0.9090090009..., 1.1010010001...

प्रश्न 6 : 3/7 और 1/11 के बीच 2 अपरिमेय संख्याएँ

birlaeducation.org

प्रश्न : 3/7 और 1/11 के बीच की 2 अलग अलग अपरिमेय संख्याएँ लिखो।

दिया है : 3/7 और 1/11 के बीच 2 अपरिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।

⇒ 3/7 = 0.428571... और 1/11 = 0.090909...।

⇒ बीच की संख्या 0.090909... से बड़ी और 0.428571... से छोटी होनी चाहिए।

⇒ पहली संख्या : 0.1010010001...

⇒ दूसरी संख्या : 0.2020020002...

⇒ जाँच : 0.1010010001... और 0.2020020002... दोनों 0.090909... से बड़ी और 0.428571... से छोटी हैं, और दोनों असांत अनावर्ती हैं।

∴ 3/7 और 1/11 के बीच की 2 अपरिमेय संख्याएँ : 0.1010010001..., 0.2020020002...

प्रश्न 7 : परिमेय और अपरिमेय पहचानो

प्रश्न : नीचे दी गई संख्याओं में से परिमेय और अपरिमेय संख्याएँ लिखो :
(i) $\sqrt{47}$ (ii) $\sqrt{625}$ (iii) 6.5757... (iv) 1.1010010001...

दिया है : चार संख्याओं को परिमेय और अपरिमेय में बाँटना है।
⇒ (i) $\sqrt{47}$ अपरिमेय है, क्योंकि 47 पूर्ण वर्ग नहीं है।
⇒ (ii) $\sqrt{625} = 25$, परिमेय है।
⇒ (iii) 6.5757... में 57 बार बार दोहराता है, इसलिए यह असांत आवर्ती है और परिमेय है।
⇒ (iv) 1.1010010001... असांत अनावर्ती है, इसलिए यह अपरिमेय है।

∴ परिमेय : $\sqrt{625}$, 6.5757... अपरिमेय : $\sqrt{47}$, 1.1010010001...

प्रश्न 8 : दशमलव संख्याओं को संख्या रेखा पर दिखाओ

प्रश्न : नीचे दी गई संख्याओं को संख्या रेखा पर दिखाओ :
(i) 5.762 (ii) 2.321 (iii) 1.052 (iv) 4.178

birlaeducation.org



चित्र 5 : संख्या रेखा पर 5.762, 2.321, 1.052 और 4.178

दिया है : चार दशमलव संख्याओं को संख्या रेखा पर दिखाना है।
⇒ (i) 5.762 : 5 और 6 के बीच, 5.7 से थोड़ा आगे।
⇒ (ii) 2.321 : 2 और 3 के बीच, 2.3 से थोड़ा आगे।
⇒ (iii) 1.052 : 1 और 2 के बीच, 1 के बहुत पास।
⇒ (iv) 4.178 : 4 और 5 के बीच, 4.1 से थोड़ा आगे।
⇒ संख्या रेखा पर क्रम बाईं ओर से : 1.052, फिर 2.321, फिर 4.178, फिर 5.762।

∴ चित्र 5 में चारों संख्याएँ संख्या रेखा पर दिखा दी गई हैं

प्रश्न 9 : आवर्ती दशमलव को 4 दशमलव स्थान तक रेखा पर दिखाओ

प्रश्न : 2.2626... और 5.5444... को 4 दशमलव स्थान तक संख्या रेखा पर दिखाओ।

दिया है : दो आवर्ती दशमलवों को 4 दशमलव स्थान तक संख्या रेखा पर दिखाना है।

⇒ (i) 2.2626... = 2.2626 (4 दशमलव स्थान तक)।

⇒ 2.2626, 2.26 और 2.27 के बीच है।

⇒ 2.26 और 2.27 के बीच की दूरी को 10 बराबर भागों में बाँटो, फिर 2.262 और 2.263 के बीच की दूरी को फिर 10 भागों में बाँटो।

⇒ इस तरह बढ़ते हुए आवर्धन से 2.2626 का बिंदु मिलता है, जो 2.26 से थोड़ा आगे है।

⇒ (ii) 5.5444... = 5.5444 (4 दशमलव स्थान तक)।

⇒ 5.5444, 5.54 और 5.55 के बीच है।

⇒ 5.54 और 5.55 के बीच की दूरी को 10 बराबर भागों में बाँटो, फिर 5.544 और 5.545 के बीच की दूरी को फिर 10 भागों में बाँटो।

⇒ इस तरह बढ़ते हुए आवर्धन से 5.5444 का बिंदु मिलता है, जो 5.544 से थोड़ा आगे है।

∴ 2.2626... का बिंदु 2.26 और 2.27 के बीच तथा 5.5444... का बिंदु 5.54 और 5.55 के बीच पड़ता है

> दशमलव को 4 स्थान तक रेखा पर दिखाने के लिए एक बार में एक अंक बढ़ाओ : पहले दो दशमलव स्थान तक, फिर तीन तक, फिर चार तक। यही उत्तरोत्तर आवर्धन है।

birlaeducation.org

प्रश्न 10 : 0.2323... और 0.2121... के बीच 2 परिमेय संख्याएँ

प्रश्न : 0.232323... और 0.212121... के बीच की 2 परिमेय संख्याएँ लिखो।

दिया है : 0.232323... और 0.212121... के बीच 2 परिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।

⇒ 0.232323... = 0.23 से थोड़ा बड़ा है और 0.212121... = 0.21 से थोड़ा बड़ा है।

⇒ 0.22, 0.212121... से बड़ा और 0.232323... से छोटा है।

⇒ 0.23, 0.212121... से बड़ा और 0.232323... से छोटा है, क्योंकि 0.23 = 0.230000... और 0.232323... = 0.2323...।

⇒ 0.22 और 0.23 दोनों परिमेय हैं, क्योंकि इनका दशमलव सांत है।

∴ 0.232323... और 0.212121... के बीच की 2 परिमेय संख्याएँ : 0.22, 0.23

प्रश्न 11 : 0.2101 और 0.2222... के बीच 2 परिमेय संख्याएँ

प्रश्न : 0.2101 और 0.2222... के बीच की 2 परिमेय संख्याएँ लिखो।

दिया है : 0.2101 और 0.2222... के बीच 2 परिमेय संख्याएँ लिखनी हैं।

⇒ 0.2222... = 0.2 की आवर्ती संख्या है, जो 0.2222... तक चलती है।

⇒ 0.211, 0.2101 से बड़ा और 0.2222... से छोटा है।

⇒ 0.212, 0.2101 से बड़ा और 0.2222... से छोटा है।

⇒ 0.211 और 0.212 दोनों परिमेय हैं, क्योंकि इनका दशमलव सांत है।

∴ 0.2101 और 0.2222... के बीच की 2 परिमेय संख्याएँ : 0.211, 0.212

birlaeducation.org

प्रश्न 12 : 10 सही और 10 गलत कथन लिखो

प्रश्न : प्राकृत, पूर्ण, पूर्णांक, परिमेय, अपरिमेय और वास्तविक संख्याओं के बारे में 10 सही और 10 गलत कथन लिखो।

सही कथन :

1. 0 एक परिमेय संख्या है।
2. हर प्राकृत संख्या एक पूर्ण संख्या होती है।
3. हर पूर्णांक एक परिमेय संख्या होता है।
4. $\sqrt{2}$ एक अपरिमेय संख्या है।
5. दो परिमेय संख्याओं के बीच असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं।
6. परिमेय संख्या का दशमलव प्रसार सांत या आवर्ती होता है।
7. π एक अपरिमेय संख्या है।
8. दो परिमेय संख्याओं का योग परिमेय होता है।
9. हर वास्तविक संख्या या तो परिमेय होती है या अपरिमेय।
10. $22/7$ एक परिमेय संख्या है।

गलत कथन :

1. हर पूर्ण संख्या एक प्राकृत संख्या होती है।
2. दो अपरिमेय संख्याओं का योग हमेशा अपरिमेय होता है।
3. हर वास्तविक संख्या अपरिमेय होती है।
4. 0 परिमेय संख्या नहीं है।
5. दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल हमेशा अपरिमेय होता है।
6. $\sqrt{9}$ एक अपरिमेय संख्या है।
7. $1/3$ का दशमलव प्रसार सांत होता है।
8. हर परिमेय संख्या एक पूर्णांक होती है।
9. दो परिमेय संख्याओं के बीच केवल एक परिमेय संख्या होती है।
10. π का मान ठीक ठीक $22/7$ के बराबर होता है।

∴ ऊपर 10 सही कथन और 10 गलत कथन लिख दिए गए हैं

birlaeducation.org

प्रश्न 13 : सबसे कम खर्च में मान निकालो

प्रश्न : एक गुणा के 2 रुपये और एक जोड़ के 1 रुपया खर्च होता है। नीचे दिए गए व्यंजकों का मान निकालने में कितने रुपये लगेंगे, और किस नियम से सबसे कम खर्च में मान निकलेगा, लिखो :

(i) $3x^2 + 2x + 1$, जब $x = 5$ हो (ii) $2x^3 + 3x^2 + 2x + 3$, जब $x = 7$ हो

(i) दिया है : $3x^2 + 2x + 1$, $x = 5$।

⇒ सीधे मान रखो : $3 \times 5 \times 5 + 2 \times 5 + 1$।

⇒ गुणा 3 बार और जोड़ 2 बार हुए, इसलिए खर्च = $3 \times 2 + 2 \times 1 = 8$ रुपये।

⇒ मान = $3 \times 25 + 10 + 1 = 75 + 10 + 1 = 86$।

⇒ अब वितरण नियम से लिखो : $3x^2 + 2x + 1 = x(3x + 2) + 1$।

⇒ $x = 5$ रखने पर : $5 \times (3 \times 5 + 2) + 1 = 5 \times 17 + 1 = 86$।

⇒ इसमें गुणा 2 बार और जोड़ 2 बार हुए, इसलिए खर्च = $2 \times 2 + 2 \times 1 = 6$ रुपये।

⇒ इसलिए वितरण नियम से सबसे कम खर्च 6 रुपये में मान 86 मिलता है।

(ii) दिया है : $2x^3 + 3x^2 + 2x + 3$, $x = 7$।

⇒ सीधे मान रखो : $2 \times 7 \times 7 \times 7 + 3 \times 7 \times 7 + 2 \times 7 + 3$।

⇒ गुणा 6 बार और जोड़ 3 बार हुए, इसलिए खर्च = $6 \times 2 + 3 \times 1 = 15$ रुपये।

⇒ मान = $2 \times 343 + 3 \times 49 + 14 + 3 = 686 + 147 + 14 + 3 = 850$।

⇒ अब वितरण नियम से लिखो : $2x^3 + 3x^2 + 2x + 3 = x(x(2x + 3) + 2) + 3$।

⇒ $x = 7$ रखने पर : $7 \times (7 \times (2 \times 7 + 3) + 2) + 3 = 7 \times (7 \times 17 + 2) + 3 = 7 \times 121 + 3 = 850$।

⇒ इसमें गुणा 3 बार और जोड़ 3 बार हुए, इसलिए खर्च = $3 \times 2 + 3 \times 1 = 9$ रुपये।

⇒ इसलिए वितरण नियम से सबसे कम खर्च 9 रुपये में मान 850 मिलता है।

∴ (i) सीधे 8 रुपये, वितरण नियम से 6 रुपये, मान 86 (ii) सीधे 15 रुपये, वितरण नियम से 9 रुपये, मान 850

birlaeducation.org

प्रश्न 14 : बहुविकल्पीय प्रश्न (M.C.Q.)

प्रश्न : सही उत्तर चुनो :

(i) √5 का दशमलव प्रसार है : (a) सांत दशमलव (b) सांत या आवर्ती दशमलव (c) असांत अनावर्ती दशमलव (d) इनमें से कोई नहीं

(ii) दो अपरिमेय संख्याओं का गुणनफल होता है : (a) हमेशा अपरिमेय संख्या (b) हमेशा परिमेय संख्या (c) हमेशा पूर्णांक (d) परिमेय या अपरिमेय संख्या

(iii) π और 22/7 हैं : (a) दोनों परिमेय (b) दोनों अपरिमेय (c) π परिमेय और 22/7 अपरिमेय (d) π अपरिमेय और 22/7 परिमेय

(iv) दो परिमेय संख्याओं के बीच होता है : (a) एक परिमेय संख्या (b) केवल एक परिमेय संख्या (c) असंख्य परिमेय संख्याएँ (d) कोई अपरिमेय संख्या नहीं

(v) दो अपरिमेय संख्याओं के बीच होता है : (a) कोई परिमेय संख्या नहीं (b) केवल एक परिमेय संख्या (c) असंख्य परिमेय संख्याएँ (d) कोई अपरिमेय संख्या नहीं

(vi) संख्या 0 है : (a) पूर्ण संख्या, पर पूर्णांक नहीं (b) पूर्णांक, पर परिमेय नहीं (c) परिमेय, पर वास्तविक नहीं (d) पूर्ण संख्या, पूर्णांक, परिमेय और वास्तविक संख्या, पर अपरिमेय नहीं

(i) √5 = 2.2360679... न समाप्त होता है, न दोहराता है।

⇒ उत्तर : (c) असांत अनावर्ती दशमलव।

birlaeducation.org

(ii) √2 × √2 = 2 परिमेय है, पर √3 × √5 = √15 अपरिमेय है।

⇒ उत्तर : (d) परिमेय या अपरिमेय संख्या।

(iii) π अपरिमेय है और 22/7 = p/q के रूप में है, इसलिए परिमेय है।

⇒ उत्तर : (d) π अपरिमेय और 22/7 परिमेय।

(iv) दो परिमेय संख्याओं के बीच असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं, जैसे 1 और 2 के बीच 3/2, 4/3, 5/4, ...।

⇒ उत्तर : (c) असंख्य परिमेय संख्याएँ।

(v) दो अपरिमेय संख्याओं के बीच भी असंख्य परिमेय संख्याएँ होती हैं, जैसे √2 और √3 के बीच 1.5, 1.6, 1.7, ...।

⇒ उत्तर : (c) असंख्य परिमेय संख्याएँ।

(vi) 0 पूर्ण संख्या भी है, पूर्णांक भी है, परिमेय भी है (0 = 0/1) और वास्तविक भी है, पर अपरिमेय नहीं है।

⇒ उत्तर : (d) पूर्ण संख्या, पूर्णांक, परिमेय और वास्तविक संख्या, पर अपरिमेय नहीं।

∴ (i) (c), (ii) (d), (iii) (d), (iv) (c), (v) (c), (vi) (d)

प्रश्न 15 : संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न

प्रश्न :

(i) दो अपरिमेय संख्याएँ लिखो जिनका योग परिमेय हो।

(ii) दो अपरिमेय संख्याएँ लिखो जिनका अंतर परिमेय हो।

(iii) 1/7 और 2/7 के बीच की एक परिमेय संख्या लिखो।

(iv) 1/7 और 2/7 के बीच की एक अपरिमेय संख्या लिखो।

(v) आवर्ती दशमलव 0.012333... को साधारण भिन्न के रूप में लिखो।

(i) दिया है : दो अपरिमेय संख्याएँ जिनका योग परिमेय हो।

⇒ $(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$।

⇒ $2 + \sqrt{3}$ और $2 - \sqrt{3}$ दोनों अपरिमेय हैं और इनका योग 4 परिमेय है।

(ii) दिया है : दो अपरिमेय संख्याएँ जिनका अंतर परिमेय हो।

⇒ $(\sqrt{3} + 2) - (\sqrt{3} - 2) = 4$।

⇒ $\sqrt{3} + 2$ और $\sqrt{3} - 2$ दोनों अपरिमेय हैं और इनका अंतर 4 परिमेय है।

(iii) दिया है : 1/7 और 2/7 के बीच की परिमेय संख्या।

⇒ $(1/7 + 2/7)/2 = (3/7)/2 = 3/14$।

⇒ 3/14 = 0.214285..., जो 1/7 = 0.142857... और 2/7 = 0.285714... के बीच है।

birlaeducation.org

(iv) दिया है : 1/7 और 2/7 के बीच की अपरिमेय संख्या।

⇒ 1/7 = 0.142857... और 2/7 = 0.285714...।

⇒ 0.15015001500015... असांत अनावर्ती है और 0.142857... से बड़ी व 0.285714... से छोटी है।

(v) दिया है : 0.012333... को साधारण भिन्न में बदलना है।

⇒ माना x = 0.012333...

⇒ 1000x = 12.333... और 10000x = 123.333...

⇒ 10000x − 1000x = 111 ⇒ 9000x = 111 ⇒ x = 111/9000 = 37/3000।

∴ (i) $(2 + \sqrt{3})$ और $(2 - \sqrt{3})$, योग 4 (ii) $(\sqrt{3} + 2)$ और $(\sqrt{3} - 2)$, अंतर 4 (iii) 3/14 (iv) 0.15015001500015... (v) 37/3000

परीक्षा में ध्यान देने वाली बातें

बच्चों की 4 आम ग़लतियाँ :

1. 0 को परिमेय न मानना : 0 = 0/1 परिमेय है।
2. π को 22/7 के बराबर मानना : 22/7 सिर्फ सन्निकट मान है, π अपरिमेय है।
3. दो अपरिमेयों का योग हमेशा अपरिमेय मानना : $(2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$ परिमेय होता है।

4. हर के गुणनखंड देखे बिना सांत या असांत बताना : पहले भिन्न को सरलतम रूप में लिखो, फिर हर में 2 और 5 के अलावा कोई गुणनखंड है या नहीं, देखो।

आख़िरी जाँच की आदत : परिमेय या अपरिमेय पूछा जाए तो पहले वर्गमूल पूरा निकलता है या नहीं, देखो। दशमलव का प्रकार पूछा जाए तो पहले हर के अभाज्य गुणनखंड लिखो। बीच की संख्या पूछी जाए तो (a + b)/2 का सूत्र लगाओ।

birlaeducation.org