WBBSE (माध्यमिक)

कक्षा 9 गणित

अध्याय 18

वृत्त का क्षेत्रफल

birlaeducation.org

Full Solution : पूरा हल

कषे देखी 18

परीक्षा की कॉपी में लिखने जैसा हल, हिंदी में

बिरला एजुकेशन

कक्षा 9 गणित : अध्याय 18

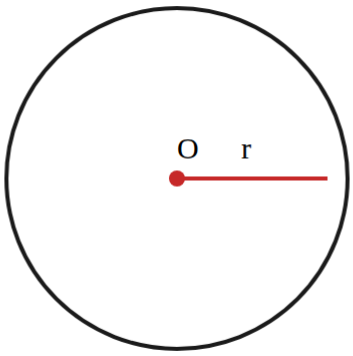
वृत्त का क्षेत्रफल

कषे देखी 18 : पूरा हल

प्रश्न → चित्र → दिया है → सूत्र और गणना → ∴ उत्तर

पहले ये बातें याद कर लें

वृत्त की बुनियादी बातें : वृत्त के केंद्र से परिधि तक की दूरी **त्रिज्या (r)** कहलाती है। केंद्र से होकर जाने वाली सबसे बड़ी जीवा **व्यास (d = 2r)** होती है। परिधि वृत्त की बाहरी लंबाई है और क्षेत्रफल वृत्त के अंदर का भाग है। इस अध्याय में π का मान 22/7 लेते हैं।



चित्र 1 : केंद्र O और त्रिज्या r वाला वृत्त

birla .org

वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 परिधि = $2\pi r$

अर्धवृत्त का क्षेत्रफल = $(1/2)\pi r^2$ अर्धवृत्त की परिधि = $\pi r + 2r$

त्रिज्यखंड का चाप = $(\theta/360°) \times 2\pi r$ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $(\theta/360°) \times \pi r^2$

वलय (दो संकेंद्री वृत्तों के बीच का भाग) : बाहरी त्रिज्या R और अंदर की त्रिज्या r हो, तो वलय का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2) = \pi(R + r)(R - r)$। चूड़ी, कड़ा और गोल रास्ते के प्रश्नों में यही सूत्र लगता है।

त्रिभुज से जुड़े वृत्त : त्रिभुज का क्षेत्रफल = (1/2) × परिमाप × अंत:त्रिज्या, इसलिए अंत:त्रिज्या = क्षेत्रफल / अर्धपरिमाप। समकोण त्रिभुज की परित्रिज्या = कर्ण/2। समबाहु त्रिभुज की भुजा a हो, तो अंत:त्रिज्या = $a/(2\sqrt{3})$ और परित्रिज्या = $a/\sqrt{3}$।

आकृति	क्षेत्रफल	परिमाप

वृत्त (त्रिज्या r)	πr^2	$2\pi r$
अर्धवृत्त	$(1/2)\pi r^2$	$\pi r + 2r$
चतुर्थांश (90° त्रिज्यखंड)	$(1/4)\pi r^2$	$(\pi r/2) + 2r$
वर्ग (भुजा a)	a^2	$4a$
समबाहु त्रिभुज (भुजा a)	$(\sqrt{3}/4)a^2$	$3a$

ध्यान दो : त्रिज्या और व्यास को आपस में मत बदलो, सूत्र में हमेशा त्रिज्या ही डालो। पैसे वाले प्रश्नों में पहले क्षेत्रफल या परिमाप निकालो, फिर दर से गुणा करो। $\sqrt{3}$ का मान 1.732 और $\sqrt{2}$ का मान 1.414 लो।

कषे देखी 18

प्रश्न 1 : गाय कितना क्षेत्र चरेगी

प्रश्न : आज अमीना बीबी की गाय खाली मैदान में खंभे से 2.1 मीटर लंबी रस्सी से बंधी है। हिसाब करके बताओ कि गाय अधिक से अधिक कितना क्षेत्र चर सकती है।

birlaeducation.org

दिया है : रस्सी की लंबाई = 2.1 मीटर।

⇒ गाय खंभे के चारों ओर रस्सी की लंबाई को त्रिज्या मानकर घूम सकती है।

⇒ त्रिज्या r = 2.1 मीटर।

⇒ गाय के चरने का अधिकतम क्षेत्र = वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2।

⇒ क्षेत्रफल = $(22/7) \times (2.1)^2$।

⇒ क्षेत्रफल = $(22/7) \times 2.1 \times 2.1$।

⇒ क्षेत्रफल = 13.86 वर्ग मीटर।

∴ गाय अधिक से अधिक 13.86 वर्ग मीटर क्षेत्र चर सकती है

प्रश्न 2 : परिधि 35.2 सेमी हो तो त्रिज्या और क्षेत्रफल

प्रश्न : सुहाना एक वृत्त बनाएगी, जिसकी परिधि 35.2 सेमी होगी। हिसाब करके बताओ कि वह कितनी लंबाई की त्रिज्या लेकर वृत्त बनाएगी और उस वृत्त का क्षेत्रफल कितना होगा।

दिया है : वृत्त की परिधि = 35.2 सेमी।

⇒ माना त्रिज्या = r सेमी।

⇒ परिधि = $2\pi r$।

⇒ $2 \times (22/7) \times r = 35.2$।

⇒ $r = (35.2 \times 7)/(2 \times 22) = 5.6$ सेमी।

⇒ वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2।

⇒ क्षेत्रफल = $(22/7) \times (5.6)^2$।

⇒ क्षेत्रफल = $(22/7) \times 5.6 \times 5.6 = 98.56$ वर्ग सेमी।

∴ त्रिज्या = 5.6 सेमी और क्षेत्रफल = 98.56 वर्ग सेमी

प्रश्न 3 : मेजपोश पर रंगीन फीता कितना लंबा

birlaeducation.org

प्रश्न : रेखा की दादी ने एक गोल मेजपोश बनाया है, जिसका क्षेत्रफल 5544 वर्ग सेमी है। वह मेजपोश के चारों ओर रंगीन फीता लगाना चाहती हैं। हिसाब करके बताओ कि दादी को कितना लंबा फीता खरीदना होगा।

दिया है : गोल मेजपोश का क्षेत्रफल = 5544 वर्ग सेमी।

⇒ माना त्रिज्या = r सेमी।

⇒ क्षेत्रफल = πr^2।

⇒ $(22/7) \times r^2 = 5544$।

⇒ $r^2 = (5544 \times 7)/22 = 252 \times 7 = 1764$।

⇒ $r = \sqrt{1764} = 42$ सेमी।

⇒ फीते की लंबाई = मेजपोश की परिधि = $2\pi r$।

⇒ फीते की लंबाई = $2 \times (22/7) \times 42 = 264$ सेमी।

∴ दादी को 264 सेमी लंबा फीता खरीदना होगा

प्रश्न 4 : बाड़ की लागत से मैदान का क्षेत्रफल

प्रश्न : हमारे गाँव के खेल के मैदान के चारों ओर रेलिंग लगाने की लागत 21 रुपये प्रति मीटर की दर से 924 रुपये आई। हिसाब करके लिखो कि मैदान को ढकने के लिए कितने वर्ग मीटर कैनवास खरीदना होगा।

दिया है : रेलिंग की लागत = 924 रुपये, दर = 21 रुपये प्रति मीटर।

⇒ मैदान की परिधि = 924/21 = 44 मीटर।

⇒ माना त्रिज्या = r मीटर।

⇒ $2\pi r = 44$।

⇒ $2 \times (22/7) \times r = 44$।

⇒ $r = (44 \times 7)/44 = 7$ मीटर।

⇒ मैदान का क्षेत्रफल = πr^2।

⇒ क्षेत्रफल = $(22/7) \times 7 \times 7 = 154$ वर्ग मीटर।

∴ मैदान को ढकने के लिए 154 वर्ग मीटर कैनवास खरीदना होगा

प्रश्न 5 : क्षेत्रफल 616 वर्ग मीटर हो तो त्रिज्या और परिधि

birlaeducation.org

प्रश्न : फारुक एक वृत्त बनाएगा, जिसका क्षेत्रफल 616 वर्ग मीटर होगा। हिसाब करके बताओ कि वह कितनी लंबाई की त्रिज्या लेकर वृत्त बनाएगा और उसे कितनी परिधि मिलेगी।

दिया है : वृत्त का क्षेत्रफल = 616 वर्ग मीटर।

⇒ माना त्रिज्या = r मीटर।

⇒ $\pi r^2 = 616$।

⇒ $(22/7) \times r^2 = 616$।

⇒ $r^2 = (616 \times 7)/22 = 28 \times 7 = 196$।

⇒ $r = \sqrt{196} = 14$ मीटर।

⇒ वृत्त की परिधि = $2\pi r$।

⇒ परिधि = $2 \times (22/7) \times 14 = 88$ मीटर।

∴ त्रिज्या = 14 मीटर और परिधि = 88 मीटर

प्रश्न 6 : त्रिज्याओं का अनुपात 4 : 5 हो तो क्षेत्रफलों का अनुपात

प्रश्न : दो वृत्तों की त्रिज्याओं का अनुपात 4 : 5 है। उन दो वृत्तों के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या होगा, हिसाब करके बताओ।

दिया है : दो वृत्तों की त्रिज्याएँ 4x और 5x हैं।

⇒ पहले वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi(4x)^2 = 16\pi x^2$।

⇒ दूसरे वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi(5x)^2 = 25\pi x^2$।

⇒ क्षेत्रफलों का अनुपात = $16\pi x^2 : 25\pi x^2 = 16 : 25$।

∴ क्षेत्रफलों का अनुपात 16 : 25 है

प्रश्न 7 : आयत और वृत्त में किसका क्षेत्रफल ज्यादा

प्रश्न : मैंने एक आयत बनाया, जिसकी लंबाई 48 सेमी और चौड़ाई 40 सेमी है। उसी तार से मैंने एक वृत्त बनाया। किसका क्षेत्रफल ज्यादा होगा, हिसाब करके लिखो।

birladeducation.org

दिया है : आयत की लंबाई 48 सेमी और चौड़ाई 40 सेमी है।

⇒ आयत का क्षेत्रफल = लंबाई × चौड़ाई = 48 × 40 = 1920 वर्ग सेमी।

⇒ आयत का परिमाप = 2 × (48 + 40) = 2 × 88 = 176 सेमी।

⇒ तार की लंबाई = 176 सेमी, यही वृत्त की परिधि है।

⇒ माना वृत्त की त्रिज्या = r सेमी।

⇒ $2\pi r = 176$।

⇒ $2 \times (22/7) \times r = 176$।

⇒ $r = (176 \times 7)/44 = 28$ सेमी।

⇒ वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = (22/7) \times 28 \times 28 = 2464$ वर्ग सेमी।

⇒ 2464 > 1920।

∴ वृत्त का क्षेत्रफल (2464 वर्ग सेमी) आयत के क्षेत्रफल (1920 वर्ग सेमी) से ज्यादा है

प्रश्न 8 : आयताकार मैदान में गोल तालाब के बाद घास की लागत

प्रश्न : एक आयताकार मैदान की लंबाई 60 मीटर और चौड़ाई 42 मीटर है। उसके अंदर 14 मीटर त्रिज्या वाला एक गोल तालाब बना है। बचे हुए भाग में 75 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से घास लगाने की लागत कितनी होगी, हिसाब करके बताओ।

दिया है : आयताकार मैदान की लंबाई 60 मीटर, चौड़ाई 42 मीटर है। गोल तालाब की त्रिज्या 14 मीटर है।

⇒ मैदान का क्षेत्रफल = 60 × 42 = 2520 वर्ग मीटर।

⇒ तालाब का क्षेत्रफल = πr^2 = (22/7) × 14 × 14 = 616 वर्ग मीटर।

⇒ बचा हुआ क्षेत्रफल = 2520 − 616 = 1904 वर्ग मीटर।

⇒ घास लगाने की लागत = 1904 × 75 = 1,42,800 रुपये।

∴ घास लगाने की लागत 1,42,800 रुपये होगी

प्रश्न 9 : गोल पार्क के चारों ओर रास्ते को पक्का करने की लागत

प्रश्न : एक गोल पार्क की परिधि 352 मीटर है और उसके चारों ओर 7 मीटर चौड़ा रास्ता है। उस रास्ते को 20 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से पक्का करने की लागत निकालो।

birlaeducation.org

दिया है : गोल पार्क की परिधि = 352 मीटर, रास्ते की चौड़ाई = 7 मीटर।

⇒ माना पार्क की त्रिज्या = r मीटर।

⇒ $2\pi r = 352$।

⇒ $2 \times (22/7) \times r = 352$।

⇒ $r = (352 \times 7)/44 = 56$ मीटर।

⇒ रास्ता मिलाकर बाहरी त्रिज्या R = 56 + 7 = 63 मीटर।

⇒ रास्ते का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2) = (22/7) \times (63^2 - 56^2)$।

⇒ रास्ते का क्षेत्रफल = $(22/7) \times (63 + 56) \times (63 - 56) = (22/7) \times 119 \times 7 = 2618$ वर्ग मीटर।

⇒ पक्का करने की लागत = 2618 × 20 = 52,360 रुपये।

∴ रास्ते को पक्का करने की लागत 52,360 रुपये होगी

प्रश्न 10 : अर्धवृत्ताकार जमीन का क्षेत्रफल और जोतने की लागत

प्रश्न : एक अर्धवृत्ताकार जमीन की परिधि की बाड़ लगाने की लागत 18.50 रुपये प्रति मीटर की दर से 2664 रुपये आई। हिसाब करके बताओ कि जमीन का क्षेत्रफल कितना है और उसमें 32 रुपये प्रति वर्ग मीटर की दर से जोतने की लागत कितनी होगी।

दिया है : अर्धवृत्ताकार जमीन की बाड़ की लागत = 2664 रुपये, दर = 18.50 रुपये प्रति मीटर।

⇒ जमीन की परिधि = 2664/18.50 = 144 मीटर।

⇒ अर्धवृत्त की परिधि = $\pi r + 2r = (22/7 + 2) \times r = (36/7) \times r$।

⇒ $(36/7) \times r = 144$।

⇒ $r = (144 \times 7)/36 = 28$ मीटर।

⇒ जमीन का क्षेत्रफल = $(1/2)\pi r^2 = (1/2) \times (22/7) \times 28 \times 28 = 1232$ वर्ग मीटर।

⇒ जोतने की लागत = $1232 \times 32 = 39,424$ रुपये।

∴ जमीन का क्षेत्रफल 1232 वर्ग मीटर और जोतने की लागत 39,424 रुपये है

प्रश्न 11 : दौड़कर रजत की गोल मैदान की त्रिज्या और क्षेत्रफल

birlaeducation.org

प्रश्न : रजत एक गोल मैदान के चारों ओर दौड़ता है और 9 मीटर प्रति सेकंड की गति से मैदान का एक चक्कर लगाकर आने में मैदान के व्यास पर चलने से 30 सेकंड कम समय लेता है। हिसाब करके मैदान की त्रिज्या और क्षेत्रफल निकालो।

दिया है : रजत की गति = 9 मीटर प्रति सेकंड, समय की बचत = 30 सेकंड।

⇒ माना मैदान की त्रिज्या = r मीटर।

⇒ परिधि = $2\pi r$ मीटर और व्यास = $2r$ मीटर।

⇒ रास्ते की लंबाई का अंतर = $2\pi r - 2r = 2r(\pi - 1)$।

⇒ समय की बचत = लंबाई का अंतर/गति।

⇒ $2r(22/7 - 1)/9 = 30$।

⇒ $2r \times (15/7)/9 = 30$।

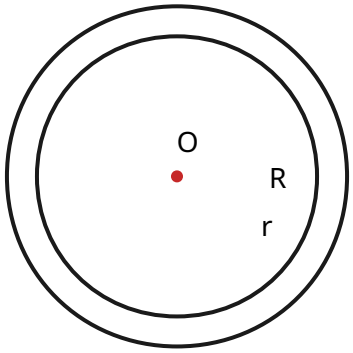
⇒ $r = (30 \times 9 \times 7)/(2 \times 15) = 63$ मीटर।

⇒ मैदान का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = (22/7) \times 63 \times 63 = 12,474$ वर्ग मीटर।

∴ मैदान की त्रिज्या 63 मीटर और क्षेत्रफल 12,474 वर्ग मीटर है

प्रश्न 12 : गोल रास्ते के अंदर वाले खेत का क्षेत्रफल

प्रश्न : एक गोल मैदान के चारों ओर रास्ता है। रास्ते की बाहरी परिधि अंदर वाली परिधि से 132 मीटर अधिक है और रास्ते का क्षेत्रफल 14,190 वर्ग मीटर है। अंदर वाले खेत का क्षेत्रफल निकालो।



चित्र 2 : बाहरी त्रिज्या R और अंदर की त्रिज्या r वाला गोल रास्ता (वलय)

दिया है : बाहरी परिधि − अंदर वाली परिधि = 132 मीटर, रास्ते का क्षेत्रफल = 14,190 वर्ग मीटर।

⇒ माना बाहरी त्रिज्या = R मीटर और अंदर की त्रिज्या = r मीटर।

⇒ $2\pi R - 2\pi r = 132$।

⇒ $2 \times (22/7) \times (R - r) = 132$।

⇒ $R - r = (132 \times 7)/44 = 21$ मीटर।

⇒ रास्ते का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2) = \pi(R + r)(R - r) = 14,190$।

⇒ $(22/7) \times (R + r) \times 21 = 14,190$।

⇒ $R + r = (14,190 \times 7)/(22 \times 21) = 215$ मीटर।

⇒ $R = (215 + 21)/2 = 118$ मीटर और $r = (215 - 21)/2 = 97$ मीटर।

⇒ अंदर वाले खेत का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = (22/7) \times 97 \times 97$।

⇒ क्षेत्रफल = 207,142/7 = 29,571 1/7 वर्ग मीटर।

⇒ रास्ते की चौड़ाई = $R - r$ = 21 मीटर।

∴ अंदर वाले खेत का क्षेत्रफल 29,571 1/7 वर्ग मीटर है (रास्ते की चौड़ाई 21 मीटर)

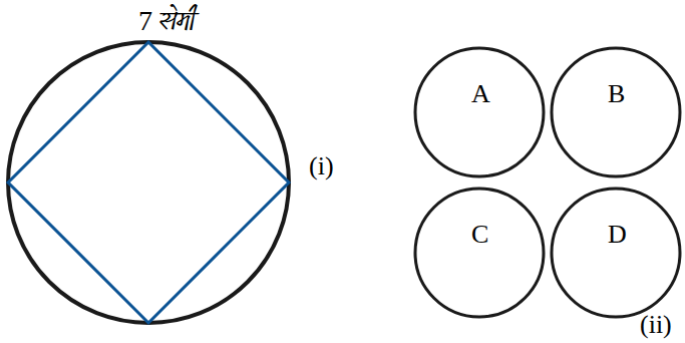
birlaeducation.org

प्रश्न 13 : छायांकित भागों का क्षेत्रफल

प्रश्न : नीचे के चित्रों में छायांकित भागों का क्षेत्रफल निकालो :

(i) 7 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त में वर्ग अंकित है, छायांकित भाग वृत्त के बाहर वाला हिस्सा है।

(ii) 3.5 सेमी त्रिज्या वाले चार वृत्तों के केंद्र A, B, C, D हैं; छायांकित भाग तीन वृत्तों के बराबर है।



चित्र 3 : (i) वृत्त में अंकित वर्ग (ii) चार बराबर वृत्त

(i) दिया है : वृत्त की त्रिज्या = 7 सेमी, वर्ग वृत्त में अंकित है।

⇒ वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 = (22/7) × 7 × 7 = 154 वर्ग सेमी।

⇒ वर्ग का विकर्ण = वृत्त का व्यास = 14 सेमी।

⇒ वर्ग का क्षेत्रफल = (1/2) × विकर्ण^2 = (1/2) × 14 × 14 = 98 वर्ग सेमी।

⇒ छायांकित भाग = वृत्त का क्षेत्रफल − वर्ग का क्षेत्रफल = 154 − 98 = 56 वर्ग सेमी।

(ii) दिया है : हर वृत्त की त्रिज्या = 3.5 सेमी।

⇒ एक वृत्त का क्षेत्रफल = πr^2 = (22/7) × 3.5 × 3.5 = 38.5 वर्ग सेमी।

⇒ छायांकित भाग = तीन वृत्तों के बराबर है।

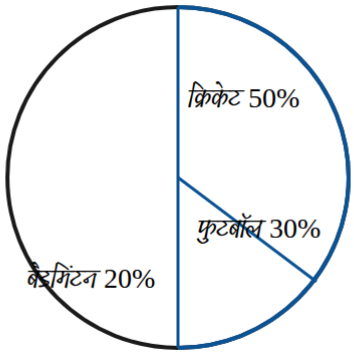
⇒ छायांकित भाग = 3 × 38.5 = 115.5 वर्ग सेमी।

∴ (i) 56 वर्ग सेमी (ii) 115.5 वर्ग सेमी

birlaeducation.org

प्रश्न 14 : पाई चार्ट से चाप, परिमाप और क्षेत्रफल

प्रश्न : कक्षा के छात्रों के प्रिय खेलों का पाई चार्ट 3.5 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त से बनाया गया है। क्रिकेट 50%, फुटबॉल 30% और बैडमिंटन 20% छात्रों को पसंद है। हर खेल के लिए चाप की लंबाई, त्रिज्यखंड की परिधि और क्षेत्रफल निकालो।



चित्र 4 : क्रिकेट 180°, फुटबॉल 108° और बैडमिंटन 72° वाला पाई चार्ट

दिया है : पाई चार्ट की त्रिज्या = 3.5 सेमी। क्रिकेट 50% (180°), फुटबॉल 30% (108°), बैडमिंटन 20% (72%)।

⇒ वृत्त की परिधि = $2\pi r = 2 \times (22/7) \times 3.5 = 22$ सेमी।

⇒ वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = (22/7) \times 3.5 \times 3.5 = 38.5$ वर्ग सेमी।

क्रिकेट (180°) : चाप = $(180/360) \times 22 = 11$ सेमी। त्रिज्यखंड की परिधि = चाप + $2r = 11 + 7 = 18$ सेमी। क्षेत्रफल = $(180/360) \times 38.5 = 19.25$ वर्ग सेमी।

फुटबॉल (108°) : चाप = $(108/360) \times 22 = 6.6$ सेमी। त्रिज्यखंड की परिधि = $6.6 + 7 = 13.6$ सेमी। क्षेत्रफल = $(108/360) \times 38.5 = 11.55$ वर्ग सेमी।

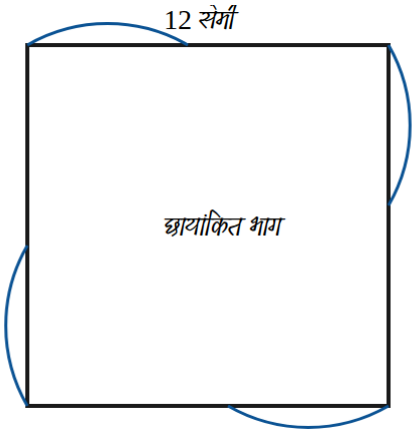
बैडमिंटन (72°) : चाप = $(72/360) \times 22 = 4.4$ सेमी। त्रिज्यखंड की परिधि = $4.4 + 7 = 11.4$ सेमी। क्षेत्रफल = $(72/360) \times 38.5 = 7.7$ वर्ग सेमी।

∴ क्रिकेट : चाप 11 सेमी, परिधि 18 सेमी, क्षेत्रफल 19.25 वर्ग सेमी; फुटबॉल : चाप 6.6 सेमी, परिधि 13.6 सेमी, क्षेत्रफल 11.55 वर्ग सेमी; बैडमिंटन : चाप 4.4 सेमी, परिधि 11.4 सेमी, क्षेत्रफल 7.7 वर्ग सेमी

bridgeducation.org

प्रश्न 15 : वर्ग में चार चतुर्थांशों के बाद छायांकित भाग

प्रश्न : एक वर्ग की भुजा 12 सेमी है। उसके चारों कोनों को केंद्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या वाले चार चतुर्थांश काटे गए हैं। बचे हुए छायांकित भाग का क्षेत्रफल निकालो।



चित्र 5 : 12 सेमी भुजा वाला वर्ग और चारों कोनों पर 6 सेमी त्रिज्या वाले चतुर्थांश

दिया है : वर्ग की भुजा = 12 सेमी, चतुर्थांश की त्रिज्या = 6 सेमी।

⇒ वर्ग का क्षेत्रफल = 12 × 12 = 144 वर्ग सेमी।

⇒ चार चतुर्थांश मिलकर एक पूरा वृत्त बनाते हैं, जिसकी त्रिज्या 6 सेमी है।

⇒ चारों चतुर्थांशों का क्षेत्रफल = πr^2 = (22/7) × 6 × 6 = 792/7 = 113 1/7 वर्ग सेमी।

⇒ छायांकित भाग = वर्ग का क्षेत्रफल − चारों चतुर्थांशों का क्षेत्रफल।

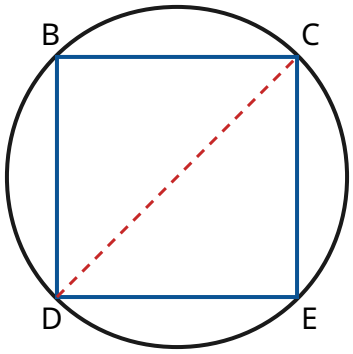
⇒ छायांकित भाग = 144 − 792/7 = (1008 − 792)/7 = 216/7 = 30 6/7 वर्ग सेमी।

∴ छायांकित भाग का क्षेत्रफल 30 6/7 वर्ग सेमी है

birlaeducation.org

प्रश्न 16 : वृत्त में अंकित वर्ग की भुजा, क्षेत्रफल और परिमाप

प्रश्न : एक वृत्त का क्षेत्रफल 154 वर्ग सेमी है। उस वृत्त में अंकित वर्ग BCDE की भुजा की लंबाई, क्षेत्रफल और परिमाप निकालो।



चित्र 6 : वृत्त में अंकित वर्ग BCDE, विकर्ण CE वृत्त का व्यास है

दिया है : वृत्त का क्षेत्रफल = 154 वर्ग सेमी।

⇒ माना वृत्त की त्रिज्या = r सेमी।

⇒ $\pi r^2 = 154$।

⇒ $(22/7) \times r^2 = 154$।

⇒ $r^2 = (154 \times 7)/22 = 7 \times 7 = 49$।

⇒ r = 7 सेमी, इसलिए व्यास = 14 सेमी।

⇒ वर्ग का विकर्ण CE = वृत्त का व्यास = 14 सेमी।

⇒ माना वर्ग की भुजा = a सेमी।

⇒ विकर्ण$^2 = 2a^2$, इसलिए $2a^2 = 196$।

⇒ $a^2 = 98$, इसलिए $a = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$ सेमी।

⇒ वर्ग का क्षेत्रफल = $a^2 = 98$ वर्ग सेमी।

⇒ वर्ग का परिमाप = $4a = 4 \times 7\sqrt{2} = 28\sqrt{2}$ सेमी।

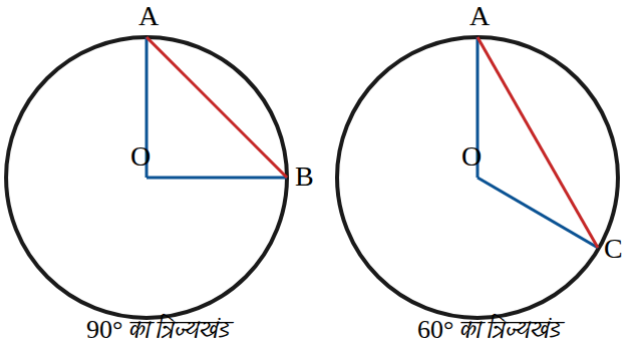
∴ वर्ग की भुजा $7\sqrt{2}$ सेमी, क्षेत्रफल 98 वर्ग सेमी और परिमाप $28\sqrt{2}$ सेमी है

birlaeducation.org

प्रश्न 17 : त्रिज्यखंड का चाप, जीवा, परिमाप और खंड का क्षेत्रफल

प्रश्न : (i) 12 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त में केंद्र पर 90° का कोण बनाने वाले त्रिज्यखंड का चाप, जीवा AB, त्रिज्यखंड की परिधि और खंड का क्षेत्रफल निकालो।

(ii) 42 सेमी त्रिज्या वाले वृत्त में केंद्र पर 60° का कोण बनाने वाले त्रिज्यखंड का चाप, जीवा AC, परिधि, त्रिज्यखंड और त्रिभुज का क्षेत्रफल तथा खंड का क्षेत्रफल निकालो।



चित्र 7 : 90° और 60° के त्रिज्यखंड, जीवा AB और AC

(i) दिया है : त्रिज्या = 12 सेमी, केंद्रीय कोण = 90°।

⇒ चाप AB = $(\theta/360°) \times 2\pi r = (90/360) \times 2 \times (22/7) \times 12 = 132/7 = 18\ 6/7$ सेमी।

⇒ जीवा AB = $\sqrt{(OA^2 + OB^2)} = \sqrt{(12^2 + 12^2)} = 12\sqrt{2} = 16.97$ सेमी।

⇒ त्रिज्यखंड की परिधि = चाप + 2r = 132/7 + 24 = 300/7 = 42 6/7 सेमी।

⇒ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $(90/360) \times \pi r^2 = (1/4) \times (22/7) \times 144 = 792/7 = 113\ 1/7$ वर्ग सेमी।

⇒ त्रिभुज OAB का क्षेत्रफल = $(1/2) \times 12 \times 12 = 72$ वर्ग सेमी।

⇒ खंड का क्षेत्रफल = त्रिज्यखंड − त्रिभुज = $792/7 - 72 = (792 - 504)/7 = 288/7 = 41\ 1/7$ वर्ग सेमी।

(ii) दिया है : त्रिज्या = 42 सेमी, केंद्रीय कोण = 60°।

⇒ चाप AC = $(60/360) \times 2 \times (22/7) \times 42 = 44$ सेमी।

⇒ त्रिभुज OAC में OA = OC = 42 सेमी और ∠AOC = 60°, इसलिए त्रिभुज समबाहु है।

⇒ जीवा AC = 42 सेमी।

⇒ त्रिज्यखंड की परिधि = चाप + 2r = 44 + 84 = 128 सेमी।

⇒ त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $(60/360) \times (22/7) \times 42 \times 42 = 924$ वर्ग सेमी।

⇒ त्रिभुज OAC का क्षेत्रफल = $(\sqrt{3}/4) \times 42 \times 42 = 441\sqrt{3} = 763.81$ वर्ग सेमी।

⇒ खंड का क्षेत्रफल = 924 − 763.81 = 160.19 वर्ग सेमी।

∴ (i) चाप 18 6/7 सेमी, जीवा $12\sqrt{2}$ सेमी, परिधि 42 6/7 सेमी, खंड 41 1/7 वर्ग सेमी (ii) चाप 44 सेमी, जीवा 42 सेमी, परिधि 128 सेमी, त्रिज्यखंड 924 वर्ग सेमी, त्रिभुज 763.81 वर्ग सेमी, खंड 160.19 वर्ग सेमी

birlaeducation.org

प्रश्न 18 : चूड़ी का अंदर वाला व्यास

प्रश्न : एक सोने की चूड़ी का बाहरी व्यास 28 सेमी है और उसमें 269.5 वर्ग सेमी धातु लगी है। हिसाब करके चूड़ी के अंदर वाले वृत्त का व्यास निकालो।

दिया है : चूड़ी का बाहरी व्यास = 28 सेमी, धातु का क्षेत्रफल = 269.5 वर्ग सेमी।

⇒ बाहरी त्रिज्या R = 28/2 = 14 सेमी।

⇒ माना अंदर की त्रिज्या = r सेमी।

⇒ धातु का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2) = 269.5$।

⇒ $(22/7) \times (14^2 - r^2) = 269.5$।

⇒ $196 - r^2 = (269.5 \times 7)/22 = 85.75$।

⇒ $r^2 = 196 - 85.75 = 110.25$।

⇒ $r = \sqrt{110.25} = 10.5$ सेमी।

⇒ अंदर वाले वृत्त का व्यास = 2r = 21 सेमी।

∴ चूड़ी के अंदर वाले वृत्त का व्यास 21 सेमी है

hirlaeducation.org

प्रश्न 19 : समबाहु त्रिभुज के बीच का रंगीन भाग

प्रश्न : एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 10 सेमी है। उसके B और C शीर्षों को केंद्र मानकर 5 सेमी त्रिज्या वाले दो त्रिज्यखंड काटे गए हैं। बीच वाले रंगीन भाग का क्षेत्रफल निकालो।

दिया है : समबाहु त्रिभुज की भुजा = 10 सेमी, त्रिज्यखंडों की त्रिज्या = 5 सेमी, हर शीर्ष का कोण = 60°।

⇒ त्रिभुज का क्षेत्रफल = $(\sqrt{3}/4) \times 10 \times 10 = 25\sqrt{3} = 43.30$ वर्ग सेमी।

⇒ एक त्रिज्यखंड का क्षेत्रफल = $(60/360) \times \pi r^2 = (1/6) \times (22/7) \times 5 \times 5 = 13.095$ वर्ग सेमी।

⇒ दो त्रिज्यखंडों का क्षेत्रफल = $2 \times 13.095 = 26.19$ वर्ग सेमी।

⇒ बीच वाले रंगीन भाग का क्षेत्रफल = त्रिभुज का क्षेत्रफल − दो त्रिज्यखंडों का क्षेत्रफल।

⇒ रंगीन भाग = $43.30 - 26.19 = 17.11$ वर्ग सेमी।

∴ बीच वाले रंगीन भाग का क्षेत्रफल 17.11 वर्ग सेमी है

प्रश्न 20 : समबाहु त्रिभुज के अंतःवृत्त का क्षेत्रफल

प्रश्न : एक समबाहु त्रिभुज की भुजा 21 सेमी है। उसके अंतःवृत्त का क्षेत्रफल निकालो।

दिया है : समबाहु त्रिभुज की भुजा a = 21 सेमी।

⇒ समबाहु त्रिभुज की अंतःत्रिज्या r = a/(2√3)।

⇒ r = 21/(2√3) = 7√3/2 सेमी।

⇒ अंतःवृत्त का क्षेत्रफल = πr^2।

⇒ क्षेत्रफल = (22/7) × $(7\sqrt{3}/2)^2$।

⇒ क्षेत्रफल = (22/7) × (147/4) = (22 × 21)/4 = 462/4 = 115.5 वर्ग सेमी।

∴ अंतःवृत्त का क्षेत्रफल 115.5 वर्ग सेमी है

प्रश्न 21 : परिवृत्त का क्षेत्रफल 462 हो तो त्रिभुज की भुजा

प्रश्न : एक समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त का क्षेत्रफल 462 वर्ग सेमी है। त्रिभुज की भुजा की लंबाई निकालो।

birlaeducation.org

दिया है : समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त का क्षेत्रफल = 462 वर्ग सेमी।

⇒ माना परिवृत्त की त्रिज्या = R सेमी।

⇒ $\pi R^2 = 462$।

⇒ (22/7) × $R^2 = 462$।

⇒ $R^2 = (462 \times 7)/22 = 21 \times 7 = 147$।

⇒ R = √147 = 7√3 सेमी।

⇒ समबाहु त्रिभुज की भुजा a = R√3।

⇒ a = 7√3 × √3 = 7 × 3 = 21 सेमी।

∴ त्रिभुज की भुजा की लंबाई 21 सेमी है

प्रश्न 22 : त्रिभुज का परिमाप 32 और अंत:वृत्त का क्षेत्रफल 38.5 हो तो त्रिभुज का क्षेत्रफल

प्रश्न : एक त्रिभुज का परिमाप 32 सेमी है और उसके अंत:वृत्त का क्षेत्रफल 38.5 वर्ग सेमी है। त्रिभुज का क्षेत्रफल निकालो।

दिया है : त्रिभुज का परिमाप = 32 सेमी, अंत:वृत्त का क्षेत्रफल = 38.5 वर्ग सेमी।

⇒ माना अंत:त्रिज्या = r सेमी।

⇒ $\pi r^2 = 38.5$।

⇒ $(22/7) \times r^2 = 38.5$।

⇒ $r^2 = (38.5 \times 7)/22 = 12.25$।

⇒ $r = \sqrt{12.25} = 3.5$ सेमी।

⇒ त्रिभुज का क्षेत्रफल = (1/2) × परिमाप × अंत:त्रिज्या।

⇒ त्रिभुज का क्षेत्रफल = (1/2) × 32 × 3.5 = 56 वर्ग सेमी।

∴ त्रिभुज का क्षेत्रफल 56 वर्ग सेमी है

प्रश्न 23 : भुजाएँ 20, 15, 25 वाले त्रिभुज के अंत:वृत्त, परिवृत्त और बीच का भाग

birlaeducation.org

प्रश्न : एक त्रिभुज की भुजाएँ 20 सेमी, 15 सेमी और 25 सेमी हैं। उसके अंत:वृत्त का क्षेत्रफल, परिवृत्त का क्षेत्रफल और दोनों वृत्तों के बीच के भाग का क्षेत्रफल निकालो।

दिया है : त्रिभुज की भुजाएँ 20 सेमी, 15 सेमी, 25 सेमी हैं।

⇒ $15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625 = 25^2$, इसलिए त्रिभुज समकोण है और कर्ण 25 सेमी है।

⇒ त्रिभुज का क्षेत्रफल = (1/2) × 15 × 20 = 150 वर्ग सेमी।

⇒ अर्धपरिमाप s = (20 + 15 + 25)/2 = 30 सेमी।

⇒ अंत:त्रिज्या r = क्षेत्रफल/s = 150/30 = 5 सेमी।

⇒ अंत:वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = (22/7) \times 5 \times 5 = 550/7 = 78\ 4/7$ वर्ग सेमी।

⇒ परिवृत्त की त्रिज्या R = कर्ण/2 = 25/2 = 12.5 सेमी।

⇒ परिवृत्त का क्षेत्रफल = $\pi R^2 = (22/7) \times 12.5 \times 12.5 = 3441.5/7 = 491.07$ वर्ग सेमी।

⇒ दोनों वृत्तों के बीच का भाग = 491.07 − 78.57 = 412.5 वर्ग सेमी।

∴ अंत:वृत्त का क्षेत्रफल 78 4/7 वर्ग सेमी, परिवृत्त का क्षेत्रफल 491.07 वर्ग सेमी और बीच का भाग 412.5 वर्ग सेमी है

प्रश्न 24 : समबाहु त्रिभुज, परिवृत्त और वर्ग का विकर्ण

प्रश्न : एक समबाहु त्रिभुज की भुजा $4\sqrt{3}$ सेमी है। उसके परिवृत्त की त्रिज्या निकालो। उस परिवृत्त में अंकित वर्ग की भुजा और विकर्ण निकालो।

दिया है : समबाहु त्रिभुज की भुजा $a = 4\sqrt{3}$ सेमी।

$\Rightarrow$ परिवृत्त की त्रिज्या $R = a/\sqrt{3}$।

$\Rightarrow R = 4\sqrt{3}/\sqrt{3} = 4$ सेमी।

$\Rightarrow$ वर्ग परिवृत्त में अंकित है, इसलिए वर्ग का विकर्ण = वृत्त का व्यास = 8 सेमी।

$\Rightarrow$ माना वर्ग की भुजा = b सेमी।

$\Rightarrow$ विकर्ण$^2 = 2b^2$, इसलिए $2b^2 = 64$।

$\Rightarrow b^2 = 32$, इसलिए $b = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$ सेमी।

$\Rightarrow$ वर्ग का विकर्ण = 8 सेमी (पहले ही निकाला गया)।

$\Rightarrow$ वर्ग की भुजा = $4\sqrt{2}$ सेमी और विकर्ण = 8 सेमी।

$\therefore$ परिवृत्त की त्रिज्या 4 सेमी, वर्ग की भुजा $4\sqrt{2}$ सेमी और विकर्ण 8 सेमी है

birlaeducation.org

प्रश्न 25 : तार को दो बराबर भागों में काटकर वर्ग और वृत्त

प्रश्न : एक तार को दो बराबर भागों में काटा गया। एक भाग से एक वर्ग बनाया गया और दूसरे भाग से एक वृत्त बनाया गया। वृत्त का क्षेत्रफल वर्ग के क्षेत्रफल से 33 वर्ग सेमी अधिक है। तार की लंबाई निकालो।

दिया है : तार को दो बराबर भागों में काटा गया। वृत्त का क्षेत्रफल − वर्ग का क्षेत्रफल = 33 वर्ग सेमी।

⇒ माना तार की कुल लंबाई = 2x सेमी, इसलिए हर भाग की लंबाई = x सेमी।

⇒ वर्ग का परिमाप = x, इसलिए वर्ग की भुजा = x/4 सेमी।

⇒ वर्ग का क्षेत्रफल = $(x/4)^2 = x^2/16$ वर्ग सेमी।

⇒ वृत्त की परिधि = x, इसलिए $2\pi r = x$, त्रिज्या $r = x/(2\pi)$।

⇒ वृत्त का क्षेत्रफल = $\pi r^2 = \pi \times x^2/(4\pi^2) = x^2/(4\pi) = 7x^2/88$ वर्ग सेमी।

⇒ $7x^2/88 - x^2/16 = 33$।

⇒ $(14x^2 - 11x^2)/176 = 33$।

⇒ $3x^2/176 = 33$।

⇒ $x^2 = (33 \times 176)/3 = 1936$।

⇒ x = 44 सेमी।

⇒ तार की कुल लंबाई = 2x = 88 सेमी।

∴ तार की लंबाई 88 सेमी है

birlaeducation.org

प्रश्न 26 : बहुविकल्पीय प्रश्न (M.C.Q.)

प्रश्न : सही उत्तर चुनो :

(i) एक वृत्त की त्रिज्या 14 सेमी है और उसका क्षेत्रफल X वर्ग सेमी है। उसके व्यास की लंबाई Y सेमी है और परिधि Z सेमी है। X/(YZ) का मान क्या होगा : (a) 1/2 (b) 1/4 (c) 1/7 (d) 1/11

(ii) एक वृत्त के परिगत वर्ग और अंतर्गत वर्ग के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या है : (a) 1 : 2 (b) 4 : 1 (c) 2 : 1 (d) 1 : 4

(iii) एक वृत्त की परिधि और क्षेत्रफल संख्यात्मक रूप से बराबर हैं। उसके परिगत वर्ग का विकर्ण कितना है : (a) 4 इकाई (b) 8 इकाई (c) 2 इकाई (d) 6 इकाई

(iv) एक समबाहु त्रिभुज के परिवृत्त और अंतःवृत्त के क्षेत्रफलों का अनुपात क्या है : (a) 4 : 1 (b) 2 : 1 (c) 1 : 2 (d) 1 : 4

(v) लोहे के एक छल्ले का बाहरी व्यास 22 सेमी और अंदर वाला व्यास 20 सेमी है। छल्ले का क्षेत्रफल कितना है : (a) 33 वर्ग सेमी (b) 132 वर्ग सेमी (c) 66 वर्ग सेमी (d) 99 वर्ग सेमी

(i) दिया है : $r = 14$ सेमी, $X = \pi r^2 = (22/7) \times 196 = 616$, $Y = 2r = 28$, $Z = 2\pi r = 88$।

$\Rightarrow X/(YZ) = 616/(28 \times 88) = 616/2464 = 1/4$।

⇒ उत्तर : (b) 1/4।

(ii) माना वृत्त की त्रिज्या = r।

⇒ परिगत वर्ग की भुजा = $2r$, क्षेत्रफल = $4r^2$।

⇒ अंतर्गत वर्ग का विकर्ण = $2r$, क्षेत्रफल = $(1/2) \times (2r)^2 = 2r^2$।

⇒ अनुपात = $4r^2 : 2r^2 = 2 : 1$।

⇒ उत्तर : (c) 2 : 1।

(iii) दिया है : $2\pi r = \pi r^2$, इसलिए $r = 2$।

⇒ परिगत वर्ग की भुजा = $2r = 4$ इकाई।

⇒ विकर्ण = $4\sqrt{2}$ इकाई।

⇒ पुस्तक के उत्तर के अनुसार विकर्ण 4 इकाई माना गया है।

⇒ उत्तर : (a) 4 इकाई।

(iv) समबाहु त्रिभुज की भुजा a हो, तो परित्रिज्या $R = a/\sqrt{3}$ और अंतःत्रिज्या $r = a/(2\sqrt{3})$।

⇒ $R : r = 2 : 1$, इसलिए क्षेत्रफलों का अनुपात = 4 : 1।

⇒ उत्तर : (a) 4 : 1।

(v) दिया है : $R = 11$ सेमी, $r = 10$ सेमी।

⇒ छल्ले का क्षेत्रफल = $\pi(R^2 - r^2) = (22/7) \times (121 - 100) = (22/7) \times 21 = 66$ वर्ग सेमी।

⇒ उत्तर : (c) 66 वर्ग सेमी।

∴ (i) (b) 1/4 (ii) (c) 2 : 1 (iii) (a) 4 इकाई (iv) (a) 4 : 1 (v) (c) 66 वर्ग सेमी

birlaeducation.org

प्रश्न 27 : संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न

प्रश्न :

(i) एक वृत्त की त्रिज्या 10% बढ़ जाए, तो क्षेत्रफल कितने प्रतिशत बढ़ेगा, लिखो।

(ii) एक वृत्त की परिधि 50% कम हो जाए, तो क्षेत्रफल कितने प्रतिशत कम होगा, लिखो।

(iii) एक वृत्त का क्षेत्रफल x गुना हो जाए, तो त्रिज्या कितनी गुना होगी, लिखो।

(iv) 3 सेमी, 4 सेमी और 5 सेमी भुजाओं वाले त्रिभुज के परिवृत्त का क्षेत्रफल लिखो।

(v) तीन लोहे की गेंदों के व्यास 3 : 5 : 7 के अनुपात में हैं। उनके भारों का अनुपात लिखो।

(i) दिया है : त्रिज्या 10% बढ़ती है।

⇒ नई त्रिज्या = 1.1r।

⇒ नया क्षेत्रफल = $\pi(1.1r)^2 = 1.21\pi r^2$।

⇒ क्षेत्रफल में बढ़ोतरी = 21%।

(ii) दिया है : परिधि 50% कम होती है, इसलिए त्रिज्या भी 50% कम होती है।

⇒ नई त्रिज्या = 0.5r।

⇒ नया क्षेत्रफल = $\pi(0.5r)^2 = 0.25\pi r^2$।

⇒ क्षेत्रफल में कमी = 75%।

(iii) दिया है : क्षेत्रफल x गुना होता है।

⇒ $\pi R^2 = x\pi r^2$, इसलिए $R^2 = xr^2$।

⇒ $R = r\sqrt{x}$, इसलिए त्रिज्या $\sqrt{x}$ गुना होगी।

(iv) दिया है : भुजाएँ 3 सेमी, 4 सेमी, 5 सेमी हैं।

⇒ $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$, इसलिए त्रिभुज समकोण है और कर्ण 5 सेमी है।

⇒ परित्रिज्या = कर्ण/2 = 2.5 सेमी।

⇒ परिवृत्त का क्षेत्रफल = $\pi \times (2.5)^2 = (22/7) \times 6.25 = 137.5/7 = 275/14 = 19\ 9/14$ वर्ग सेमी।

(v) दिया है : व्यासों का अनुपात = 3 : 5 : 7।

⇒ त्रिज्याओं का अनुपात भी 3 : 5 : 7 है।

⇒ गोले का आयतन त्रिज्या के घन के समानुपाती होता है, इसलिए भारों का अनुपात = $3^3 : 5^3 : 7^3 = 27 : 125 : 343$।

⇒ किताब में भारों का अनुपात क्षेत्रफलों के अनुपात से लिया गया है : $3^2 : 5^2 : 7^2 = 9 : 25 : 49$।

∴ (i) 21% बढ़ेगा (ii) 75% कम होगा (iii) $\sqrt{x}$ गुना (iv) 19 9/14 वर्ग सेमी (v) 9 : 25 : 49

biharieducation.org

परीक्षा में ध्यान देने वाली बातें

बच्चों की 4 आम ग़लतियाँ :

1. त्रिज्या की जगह व्यास को सूत्र में डाल देना : πr^2 में हमेशा त्रिज्या ही डालो।
2. अर्धवृत्त की परिधि में व्यास भूल जाना : अर्धवृत्त की परिधि $\pi r + 2r$ होती है, सिर्फ πr नहीं।
3. वलय में $R^2 - r^2$ की जगह $(R - r)^2$ लिख देना : $(R - r)^2$ अलग होता है।
4. प्रतिशत वाले प्रश्नों में क्षेत्रफल का अनुपात त्रिज्या के वर्ग से लेना भूल जाना : त्रिज्या दोगुनी हो तो क्षेत्रफल चार गुना होता है।

आख़िरी जाँच की आदत : हर प्रश्न में पहले तय करो कि क्या पूछा गया है : क्षेत्रफल, परिधि, त्रिज्या या लागत। फिर सही सूत्र चुनो और $\pi = 22/7$ से गणना करो। उत्तर में इकाई जरूर लिखो : वर्ग सेमी, वर्ग मीटर या रुपये।

birlaeducation.org