कक्षा 9 गणित — WBBSE (माध्यमिक)

अध्याय 15 : त्रिभुज और चतुर्भुज का परिमाप और क्षेत्रफल

कषे देखि 15.3 — पूरा हल (समांतर चतुर्भुज, समचतुर्भुज, समलंब, सम षट्भुज)

हर प्रश्न अलग खंड में, परीक्षा की कॉपी जैसा हल

पहले — इस अभ्यास के सारे सूत्र

आकृति	सूत्र
समांतर चतुर्भुज	क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई ｜ परिमाप = 2 × (आसन्न भुजाओं का योग) ｜ ऊँचाई = क्षेत्रफल ÷ आधार ｜ विकर्ण से क्षेत्रफल = 2 × (हीरोन से त्रिभुज का क्षेत्रफल)
हीरोन का सूत्र	$s = (a + b + c) \div 2$ ｜ त्रिभुज का क्षेत्रफल = $\sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]}$
समचतुर्भुज	क्षेत्रफल = ½ × विकर्ण_1 × विकर्ण_2 ｜ भुजा = $\sqrt{[(d_1 \div 2)^2 + (d_2 \div 2)^2]}$ ｜ परिमाप = 4 × भुजा ｜ क्षेत्रफल = भुजा × ऊँचाई
समलंब	क्षेत्रफल = ½ × (समांतर भुजाओं का योग) × ऊँचाई ｜ विकर्ण वाला : क्षेत्रफल = ½ × विकर्ण × (दोनों लंबों का योग)
समबाहु त्रिभुज	क्षेत्रफल = $(\sqrt{3} \div 4) \times \text{भुजा}^2$
सम षट्भुज	क्षेत्रफल = $6 \times (\sqrt{3} \div 4) \times \text{भुजा}^2$ (6 बराबर समबाहु त्रिभुज)
पाइथागोरस	$\text{कर्ण}^2 = \text{लंब}^2 + \text{आधार}^2$ ｜ वर्ग का विकर्ण = भुजा × $\sqrt{2}$

प्रश्न 1

रातुल ने एक समांतर चतुर्भुज बनाया जिसका आधार 5 cm और ऊँचाई 4 cm है। उस समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल कितना होगा?

दिया है, समांतर चतुर्भुज का आधार = 5 cm और ऊँचाई = 4 cm।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई

= 5 × 4 वर्ग cm

= 20 वर्ग cm

उत्तर : 20 वर्ग cm

प्रश्न 2

एक समांतर चतुर्भुज का आधार उसकी ऊँचाई का दोगुना है। यदि समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल 98 वर्ग cm है, तो उसका आधार और ऊँचाई कितनी होगी?

माना समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई = x cm।

तो आधार = 2x cm।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई = $2x \times x = 2x^2$ वर्ग cm।

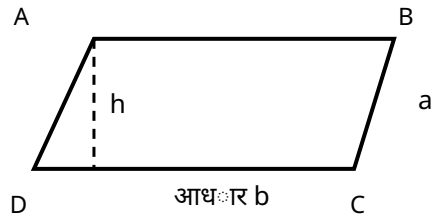
प्रश्न के अनुसार, $2x^2 = 98$

$\Rightarrow x^2 = 98 \div 2 = 49$

$\Rightarrow x = \sqrt{49} = 7$

∴ ऊँचाई = 7 cm और आधार = 2 × 7 = 14 cm।

उत्तर : आधार 14 cm, ऊँचाई 7 cm



समांतर चतुर्भुज ABCD — आधार b, ऊँचाई h, आसन्न भुजा a (विकर्ण खींचने पर दो बराबर त्रिभुज बनते हैं)

प्रश्न 3

हमारे घर के पास समांतर चतुर्भुज के आकार की ज़मीन है, जिसकी आसन्न भुजाएँ 15 m और 13 m हैं। यदि उसका एक विकर्ण 14 m है, तो उस ज़मीन का क्षेत्रफल कितना होगा?

माना समांतर चतुर्भुज ABCD में AB = DC = 15 m, AD = BC = 13 m और विकर्ण BD = 14 m है।

विकर्ण समांतर चतुर्भुज को दो बराबर त्रिभुजों में बाँटता है, इसलिए पहले त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र से निकालते हैं।

त्रिभुज ABD की भुजाएँ 15 m, 13 m, 14 m हैं, तो अर्ध-परिमाप s = (15 + 13 + 14) ÷ 2 = 42 ÷ 2 = 21 m।

त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = $\sqrt{[s(s-a)(s-b)(s-c)]} = \sqrt{[21 \times (21-15) \times (21-13) \times (21-14)]}$ $= \sqrt{[21 \times 6 \times 8 \times 7]} = \sqrt{7056} = 84$ वर्ग m।

∴ समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = 2 × त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = 2 × 84 = 168 वर्ग m।

उत्तर : 168 वर्ग m

प्रश्न 4

प्रिथा ने एक समांतर चतुर्भुज बनाया जिसकी आसन्न भुजाएँ 25 cm और 15 cm हैं और एक विकर्ण 20 cm है। 25 cm वाली भुजा पर खींची गई ऊँचाई कितनी होगी?

माना समांतर चतुर्भुज ABCD में AB = DC = 25 cm, AD = BC = 15 cm और विकर्ण AC = 20 cm है।
पहले त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल हीरोन के सूत्र से निकालते हैं। त्रिभुज ABC की भुजाएँ 25 cm, 15 cm, 20 cm हैं, तो अर्ध-परिमाप s = (25 + 15 + 20) ÷ 2 = 60 ÷ 2 = 30 cm।
त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल = √[30 × (30 − 25) × (30 − 15) × (30 − 20)] = √[30 × 5 × 15 × 10] = √22500 = 150 वर्ग cm।
∴ समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = 2 × 150 = 300 वर्ग cm।
अब माना 25 cm वाली भुजा AB पर खींची गई ऊँचाई = h cm है, तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई = 25 × h वर्ग cm।
प्रश्न के अनुसार, 25h = 300 ⇒ h = 300 ÷ 25 = 12।

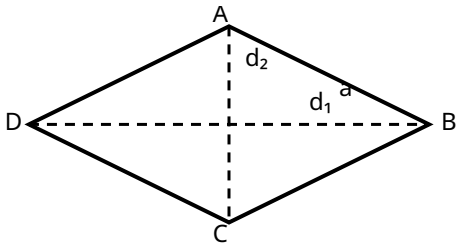
उत्तर : 12 cm

प्रश्न 5

एक समांतर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाएँ 15 cm और 12 cm हैं; छोटी भुजाओं के बीच की दूरी 7.5 cm है। बड़ी भुजाओं के बीच की दूरी कितनी होगी?

माना समांतर चतुर्भुज ABCD में बड़ी भुजा AB = DC = 15 cm और छोटी भुजा BC = AD = 12 cm है।
छोटी भुजाओं (12 cm वाली) के बीच की दूरी 7.5 cm है, तो समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई = 12 × 7.5 = 90 वर्ग cm।
अब माना बड़ी भुजाओं (15 cm वाली) के बीच की दूरी = h cm है, तो क्षेत्रफल = 15 × h वर्ग cm।
प्रश्न के अनुसार, 15h = 90 ⇒ h = 90 ÷ 15 = 6।

उत्तर : 6 cm



समचतुर्भुज — विकर्ण d_1 और d_2 एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं

प्रश्न 6

एक समचतुर्भुज के दो विकर्ण 15 m और 20 m हैं। उसका परिमाप, क्षेत्रफल और ऊँचाई निकालो।

माना समचतुर्भुज ABCD के विकर्ण AC = 15 m और BD = 20 m हैं जो एक-दूसरे को O पर काटते हैं।

समचतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं, इसलिए AO = OC = 15 ÷ 2 = 7.5 m और BO = OD = 20 ÷ 2 = 10 m।

समकोण त्रिभुज BOC में, भुजा BC = $\sqrt{[OB^2 + OC^2]}$ = $\sqrt{[(10)^2 + (7.5)^2]}$ = $\sqrt{[100 + 56.25]}$ = $\sqrt{156.25}$ = 12.5 m।

∴ समचतुर्भुज का परिमाप = 4 × भुजा = 4 × 12.5 = 50 m।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = ½ × विकर्ण$_1$ × विकर्ण$_2$ = ½ × 15 × 20 = 150 वर्ग m।

अब क्षेत्रफल = भुजा × ऊँचाई, इसलिए 12.5 × ऊँचाई = 150 ⇒ ऊँचाई = 150 ÷ 12.5 = 12 m।

उत्तर : परिमाप 50 m, क्षेत्रफल 150 वर्ग m, ऊँचाई 12 m

प्रश्न 7

एक समचतुर्भुज का परिमाप 440 m है और उसकी दो समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 22 m है। उसका क्षेत्रफल कितना होगा?

समचतुर्भुज का परिमाप = 440 m, इसलिए उसकी हर भुजा = 440 ÷ 4 = 110 m।

समांतर भुजाओं के बीच की दूरी ही ऊँचाई है, अर्थात ऊँचाई = 22 m।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = भुजा × ऊँचाई = 110 × 22 = 2420 वर्ग m।

उत्तर : 2420 वर्ग m

प्रश्न 8

एक समचतुर्भुज का परिमाप 20 cm है और उसका एक विकर्ण 6 cm है। उसका क्षेत्रफल कितना होगा?

समचतुर्भुज का परिमाप = 20 cm, इसलिए उसकी हर भुजा = 20 ÷ 4 = 5 cm।

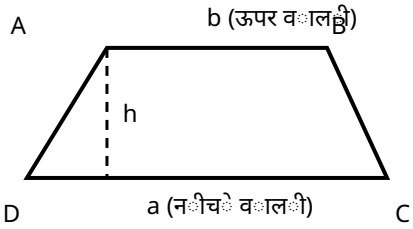
माना विकर्ण AC = 6 cm है जो दूसरे विकर्ण BD को O पर काटता है। तो AO = 6 ÷ 2 = 3 cm और भुजा AB = 5 cm।

समकोण त्रिभुज AOB में, $OA^2 + OB^2 = AB^2$ ⇒ $(3)^2 + OB^2 = (5)^2$ ⇒ $OB^2 = 25 - 9 = 16$ ⇒ OB = $\sqrt{16}$ = 4 cm।

∴ दूसरा विकर्ण BD = 2 × OB = 2 × 4 = 8 cm।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = ½ × विकर्ण$_1$ × विकर्ण$_2$ = ½ × 6 × 8 = 24 वर्ग cm।

उत्तर : 24 वर्ग cm



समलंब ABCD — समांतर भुजाएँ a और b, उनके बीच की लंबवत दूरी h

प्रश्न 9

समलंब के आकार के एक खेत का क्षेत्रफल 1400 वर्ग dcm है। उसकी दो समांतर भुजाओं के बीच की लंबवत दूरी 20 dcm है और दोनों समांतर भुजाओं की लंबाई का अनुपात 3:4 है। दोनों भुजाओं की लंबाई कितनी होगी?

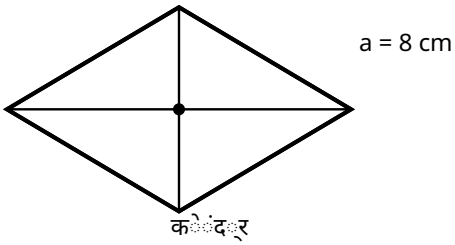
माना समलंब की समांतर भुजाएँ 3x dcm और 4x dcm हैं।

समलंब का क्षेत्रफल = ½ × (समांतर भुजाओं का योग) × ऊँचाई = ½ × (3x + 4x) × 20 = ½ × 7x × 20 = 70x वर्ग dcm।

प्रश्न के अनुसार, 70x = 1400 ⇒ x = 1400 ÷ 70 = 20।

∴ पहली भुजा = 3 × 20 = 60 dcm और दूसरी भुजा = 4 × 20 = 80 dcm।

उत्तर : 60 dcm और 80 dcm



सम षट्भुज — विकर्ण खींचने पर 6 बराबर समबाहु त्रिभुज बनते हैं

प्रश्न 10

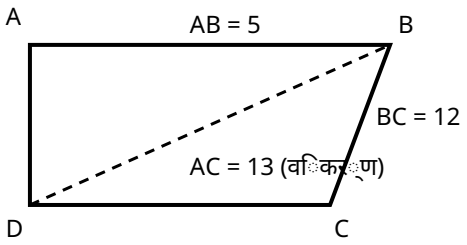
एक सम षट्भुज के आकार के खेत की हर भुजा 8 cm है। उसका क्षेत्रफल कितना होगा? (संकेत : विकर्ण खींचने पर 6 बराबर समबाहु त्रिभुज बनते हैं)

सम षट्भुज के विकर्ण खींचने पर 6 बराबर समबाहु त्रिभुज बनते हैं, जिनकी हर भुजा 8 cm है।

एक समबाहु त्रिभुज का क्षेत्रफल = (√3 ÷ 4) × भुजा² = (√3 ÷ 4) × (8)² = (√3 ÷ 4) × 64 = 16√3 वर्ग cm।

∴ सम षट्भुज का क्षेत्रफल = 6 × 16√3 = 96√3 वर्ग cm।

उत्तर : 96√3 वर्ग cm



चतुर्भुज ABCD — विकर्ण AC उसे दो त्रिभुजों (समकोण ΔABC और ΔACD) में बाँटता है

प्रश्न 11

एक चतुर्भुज ABCD में AB = 5 m, BC = 12 m, CD = 14 m, DA = 15 m और ∠ABC = 90° है। उस चतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल कितना होगा?

चतुर्भुज ABCD में विकर्ण AC खींचते हैं, तो वह दो त्रिभुजों ΔABC और ΔACD में बँट जाता है।

समकोण त्रिभुज ABC में, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = (5)^2 + (12)^2 = 25 + 144 = 169 \Rightarrow AC = \sqrt{169} = 13$ m।

त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल = ½ × AB × BC = ½ × 5 × 12 = 30 वर्ग m।

अब त्रिभुज ACD की भुजाएँ 13 m, 14 m, 15 m हैं, तो अर्ध-परिमाप s = (13 + 14 + 15) ÷ 2 = 42 ÷ 2 = 21 m।

त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल = $\sqrt{[21 \times (21 - 13) \times (21 - 14) \times (21 - 15)]} = \sqrt{[21 \times 8 \times 7 \times 6]} = \sqrt{7056}$ = 84 वर्ग m।

∴ चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABC का क्षेत्रफल + त्रिभुज ACD का क्षेत्रफल = 30 + 84 = 114 वर्ग m।

उत्तर : 114 वर्ग m

प्रश्न 12

साहिन ने एक समलंब ABCD बनाया जिसका विकर्ण BD = 11 cm है; A और C से विकर्ण BD पर खींचे गए लंबों की लंबाई क्रमशः 5 cm और 11 cm है। समलंब ABCD का क्षेत्रफल कितना होगा?

माना A से विकर्ण BD पर खींचा गया लंब AE = 5 cm है और C से खींचा गया लंब CF = 11 cm है।

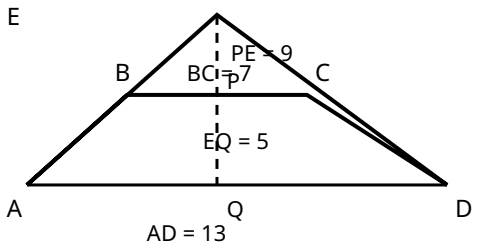
विकर्ण BD समलंब को दो त्रिभुजों ΔABD और ΔBCD में बाँटता है।

समलंब ABCD का क्षेत्रफल = त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल + त्रिभुज BCD का क्षेत्रफल

= ½ × BD × AE + ½ × BD × CF = ½ × BD × (AE + CF)

= ½ × 11 × (5 + 11) = ½ × 11 × 16 = 88 वर्ग cm।

उत्तर : 88 वर्ग cm



पंचभुज ABCDE — ऊपर त्रिभुज AED, नीचे समलंब ABCD (BC ∥ AD)

प्रश्न 13

ABCDE एक पंचभुज है जिसकी भुजा BC विकर्ण AD के समांतर है; E से BC पर लंब EP खींचा गया है जो AD को Q पर काटता है। BC = 7 cm, AD = 13 cm, PE = 9 cm और PQ = 4/9 × PE है। पंचभुज ABCDE का क्षेत्रफल कितना होगा?

दिया है, BC = 7 cm, AD = 13 cm, PE = 9 cm और PQ = 4/9 × PE = 4/9 × 9 = 4 cm।

तो EQ = PE − PQ = 9 − 4 = 5 cm।

पंचभुज ABCDE दो हिस्सों में बँटता है — ऊपर त्रिभुज AED और नीचे समलंब ABCD (क्योंकि BC ∥ AD है)।

त्रिभुज AED का क्षेत्रफल = ½ × AD × EQ = ½ × 13 × 5 = 65 ÷ 2 = 32.5 वर्ग cm।

समलंब ABCD का क्षेत्रफल = ½ × (AD + BC) × PQ = ½ × (13 + 7) × 4 = ½ × 20 × 4 = 40 वर्ग cm।

∴ पंचभुज ABCDE का क्षेत्रफल = 32.5 + 40 = 72.5 वर्ग cm।

उत्तर : 72.5 वर्ग cm

प्रश्न 14

एक समचतुर्भुज की भुजा एक वर्ग की भुजा के बराबर है और वर्ग का एक विकर्ण 40√2 cm है। समचतुर्भुज के विकर्णों का अनुपात 3:4 है। समचतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल कितना होगा?

वर्ग का विकर्ण = 40√2 cm है, और वर्ग का विकर्ण = भुजा × √2 होता है, इसलिए वर्ग की भुजा = 40√2 ÷ √2 = 40 cm।

∴ समचतुर्भुज की भुजा भी 40 cm है।

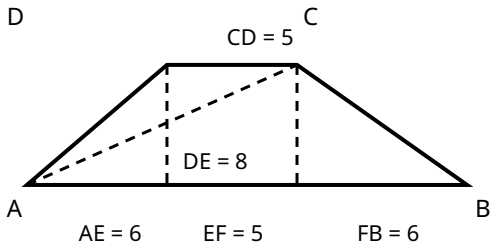
माना समचतुर्भुज के विकर्ण 3x cm और 4x cm हैं जो एक-दूसरे को O पर काटते हैं। तो AO = 3x ÷ 2 cm और BO = 4x ÷ 2 = 2x cm।

समकोण त्रिभुज AOB में, $AO^2 + BO^2 = AB^2 \Rightarrow (3x \div 2)^2 + (2x)^2 = (40)^2 \Rightarrow 9x^2 \div 4 + 4x^2 = 1600 \Rightarrow 25x^2 \div 4 = 1600 \Rightarrow x^2 = 1600 \times 4 \div 25 = 256 \Rightarrow x = \sqrt{256} = 16$।

∴ एक विकर्ण = 3 × 16 = 48 cm और दूसरा विकर्ण = 4 × 16 = 64 cm।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = ½ × 48 × 64 = 1536 वर्ग cm।

उत्तर : 1536 वर्ग cm



समद्विबाहु समलंब — दोनों कटान बराबर (AE = FB = 6), विकर्ण AC = √185

प्रश्न 15

एक समलंब में हर तिरछी भुजा 10 cm है और समांतर भुजाएँ 5 cm और 17 cm हैं। उस समलंब के आकार के खेत का क्षेत्रफल और उसका विकर्ण कितना होगा?

नोट : किताब में प्रश्न में दूसरी समांतर भुजा 7 cm छपी है, पर कटान AE = 6 तभी आता है जब वह 17 cm हो — (17 − 5) ÷ 2 = 6। इसलिए यहाँ 17 cm लिया गया है।

माना समद्विबाहु समलंब ABCD में तिरछी भुजाएँ AD = BC = 10 cm, CD = 5 cm और AB = 17 cm हैं। D और C से AB पर लंब DE और CF खींचते हैं।

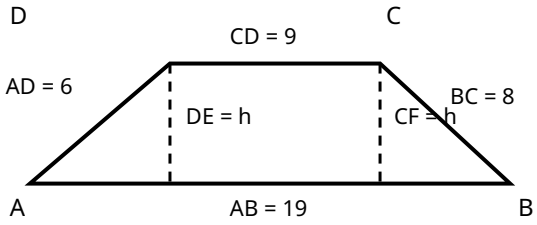
तो EF = DC = 5 cm और दोनों कटान बराबर होते हैं, इसलिए AE = FB = (17 − 5) ÷ 2 = 12 ÷ 2 = 6 cm।

समकोण त्रिभुज AED में, $DE^2 = AD^2 - AE^2 = (10)^2 - (6)^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow DE = \sqrt{64} = 8$ cm।

∴ समलंब ABCD का क्षेत्रफल = ½ × (5 + 17) × 8 = ½ × 22 × 8 = 88 वर्ग cm।

अब विकर्ण AC के लिए, AF = AE + EF = 6 + 5 = 11 cm और CF = DE = 8 cm है। समकोण त्रिभुज AFC में, $AC^2 = AF^2 + CF^2 = (11)^2 + (8)^2 = 121 + 64 = 185 \Rightarrow AC = \sqrt{185}$ cm।

उत्तर : क्षेत्रफल 88 वर्ग cm, विकर्ण √185 cm



समलंब — दोनों तरफ लंब खींचने पर AE + EF + FB = AB = 19

प्रश्न 16

एक समलंब की समांतर भुजाएँ 19 cm और 9 cm हैं और तिरछी भुजाएँ 8 cm और 6 cm हैं। उस समलंब के आकार के खेत का क्षेत्रफल कितना होगा?

माना समलंब ABCD में AB = 19 cm, CD = 9 cm, AD = 6 cm और BC = 8 cm हैं। D और C से AB पर लंब DE और CF खींचते हैं, और माना DE = CF = h cm है।

समकोण त्रिभुज AED में, AE = $\sqrt{[AD^2 - DE^2]} = \sqrt{[36 - h^2]}$ cm। समकोण त्रिभुज BFC में, FB = $\sqrt{[BC^2 - CF^2]} = \sqrt{[64 - h^2]}$ cm।

अब AE + EF + FB = AB, और EF = CD = 9 cm है, इसलिए $\sqrt{[36 - h^2]} + 9 + \sqrt{[64 - h^2]} = 19 \Rightarrow \sqrt{[36 - h^2]} + \sqrt{[64 - h^2]} = 10$।

माना $u = \sqrt{[36 - h^2]}$ और $v = \sqrt{[64 - h^2]}$ है, तो $v + u = 10$ और $v^2 - u^2 = 64 - 36 = 28$ है।

$(v - u)(v + u) = v^2 - u^2$ से, $(v - u) \times 10 = 28 \Rightarrow v - u = 2.8$।

$v + u = 10$ और $v - u = 2.8$ से, $v = 6.4$। तो $64 - h^2 = (6.4)^2 = 40.96 \Rightarrow h^2 = 64 - 40.96 = 23.04 \Rightarrow h = \sqrt{23.04} = 4.8$ cm।

∴ समलंब का क्षेत्रफल = ½ × (19 + 9) × 4.8 = ½ × 28 × 4.8 = 67.2 वर्ग cm।

उत्तर : 67.2 वर्ग cm

प्रश्न 17 — बहुविकल्पीय प्रश्न

प्रश्न 17 (1)

एक समांतर चतुर्भुज की ऊँचाई उसके आधार की 1/3 है। यदि समांतर चतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल 192 वर्ग cm है, तो ऊँचाई कितनी होगी?

(1) 4 cm (2) 8 cm (3) 16 cm (4) 24 cm

माना समांतर चतुर्भुज का आधार = x cm है, तो ऊँचाई = x ÷ 3 cm।

क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई = $x \times (x \div 3) = x^2 \div 3$ वर्ग cm।

प्रश्न के अनुसार, $x^2 \div 3 = 192 \Rightarrow x^2 = 576 \Rightarrow x = \sqrt{576} = 24$।

∴ ऊँचाई = 24 ÷ 3 = 8 cm।

उत्तर : (2) 8 cm

प्रश्न 17 (2)

एक समचतुर्भुज की एक भुजा 6 cm है और एक कोण 60° है, तो समचतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल कितना होगा?

(1) 9√3 वर्ग cm (2) 18√3 वर्ग cm (3) 36√3 वर्ग cm (4) 6√3 वर्ग cm

माना समचतुर्भुज ABCD में भुजा AB = 6 cm और ∠BAD = 60° है।

त्रिभुज ABD में AB = AD है (समचतुर्भुज की सब भुजाएँ बराबर), इसलिए ∠ADB = ∠ABD = 60° भी होगा — अर्थात ΔABD एक समबाहु त्रिभुज है जिसकी हर भुजा 6 cm है।

त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = (√3 ÷ 4) × $(6)^2$ = (√3 ÷ 4) × 36 = 9√3 वर्ग cm।

ऐसे ही त्रिभुज BCD का क्षेत्रफल भी 9√3 वर्ग cm होगा।

∴ समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = 9√3 + 9√3 = 18√3 वर्ग cm।

उत्तर : (2) 18√3 वर्ग cm

प्रश्न 17 (3)

एक समचतुर्भुज का एक विकर्ण दूसरे विकर्ण का तीन गुना है। यदि समचतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल 96 वर्ग cm है, तो बड़े विकर्ण की लंबाई कितनी होगी?

(1) 4 cm (2) 12 cm (3) 16 cm (4) 24 cm

माना एक विकर्ण = x cm है, तो दूसरा विकर्ण = 3x cm।

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = ½ × x × 3x = $3x^2 \div 2$ वर्ग cm।

प्रश्न के अनुसार, $3x^2 \div 2 = 96 \Rightarrow x^2 = 96 \times 2 \div 3 = 64 \Rightarrow x = \sqrt{64} = 8$।

∴ बड़ा विकर्ण = 3 × 8 = 24 cm।

उत्तर : (4) 24 cm

प्रश्न 17 (4)

एक समचतुर्भुज और एक वर्ग एक ही आधार पर बने हैं। यदि वर्ग का क्षेत्रफल x^2 वर्ग इकाई है और समचतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल y वर्ग इकाई है, तो —

(1) $y > x^2$ (2) $y < x^2$ (3) $y = x^2$ (4) $y = 2x^2$

दोनों का आधार एक ही है, पर वर्ग की ऊँचाई उसकी भुजा के बराबर होती है जबकि समचतुर्भुज की ऊँचाई उसकी भुजा से छोटी होती है (तिरछा होने के कारण)।

इसलिए वर्ग का क्षेत्रफल समचतुर्भुज के क्षेत्रफल से बड़ा होगा, अर्थात $x^2 > y$।

उत्तर : (2) $y < x^2$

प्रश्न 17 (5)

समलंब के आकार के एक खेत का क्षेत्रफल 162 वर्ग cm है और ऊँचाई 6 cm है। यदि एक समांतर भुजा 23 cm है, तो दूसरी भुजा कितनी होगी?

(1) 29 cm (2) 31 cm (3) 32 cm (4) 33 cm

माना दूसरी समांतर भुजा = x cm है।

समलंब का क्षेत्रफल = ½ × (23 + x) × 6 = 3 × (23 + x) वर्ग cm।

प्रश्न के अनुसार, 3(23 + x) = 162 ⇒ 23 + x = 162 ÷ 3 = 54 ⇒ x = 54 − 23 = 31।

उत्तर : (2) 31 cm

प्रश्न 18 — लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न 18 (1)

समांतर चतुर्भुज ABCD का क्षेत्रफल 96 वर्ग cm है और विकर्ण BD की लंबाई 12 cm है। बिंदु A से विकर्ण BD पर खींचे गए लंब की लंबाई कितनी होगी?

माना A से विकर्ण BD पर खींचा गया लंब AE है। विकर्ण समांतर चतुर्भुज को दो बराबर त्रिभुजों में बाँटता है, इसलिए

त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = ½ × समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = ½ × 96 = 48 वर्ग cm।

पर त्रिभुज ABD का क्षेत्रफल = ½ × BD × AE = ½ × 12 × AE = 6 × AE वर्ग cm।

प्रश्न के अनुसार, 6 × AE = 48 ⇒ AE = 48 ÷ 6 = 8 cm।

उत्तर : 8 cm

प्रश्न 18 (2)

एक समांतर चतुर्भुज की दो आसन्न भुजाएँ 5 cm और 3 cm हैं; बड़ी भुजाओं के बीच की दूरी 2 cm है। छोटी भुजाओं के बीच की दूरी कितनी होगी?

नोट : किताब में इस प्रश्न का पाठ छपाई में अगले प्रश्न जैसा दोहरा गया है; हल के आँकड़ों (5, 3, 2) से यही प्रश्न बनता है।

माना समांतर चतुर्भुज ABCD में AB = DC = 5 cm और BC = AD = 3 cm हैं। बड़ी भुजाओं (5 cm वाली) के बीच की दूरी 2 cm है।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई = 5 × 2 = 10 वर्ग cm।

माना छोटी भुजाओं (3 cm वाली) के बीच की दूरी = h cm है, तो क्षेत्रफल = 3 × h वर्ग cm।

प्रश्न के अनुसार, 3h = 10 ⇒ h = 10 ÷ 3 = 3⅓ cm।

उत्तर : 3⅓ cm

प्रश्न 18 (3)

एक समचतुर्भुज की ऊँचाई 14 cm है और हर भुजा 5 cm है। समचतुर्भुज के आकार के खेत का क्षेत्रफल कितना होगा?

समचतुर्भुज का क्षेत्रफल = भुजा × ऊँचाई = 5 × 14 = 70 वर्ग cm।

उत्तर : 70 वर्ग cm

प्रश्न 18 (4)

एक समलंब की कोई तिरछी भुजा समांतर भुजाओं से 45° का कोण बनाती है और उस तिरछी भुजा की लंबाई 62 cm है। दोनों समांतर भुजाओं के बीच की दूरी कितनी होगी?

माना समद्विबाहु समलंब ABCD में तिरछी भुजा AD = 62 cm है और ∠DAB = 45° है। D से AB पर लंब DE खींचते हैं, तो ∠AED = 90° होगा।

त्रिभुज AED में, ∠ADE = 180° − (90° + 45°) = 45° है, इसलिए ∠DAE = ∠ADE ⇒ AE = DE। माना AE = DE = h cm।

समकोण त्रिभुज AED में, $AE^2 + DE^2 = AD^2 \Rightarrow h^2 + h^2 = (62)^2 \Rightarrow 2h^2 = 62 \times 62 \Rightarrow h^2 = 31 \times 62 \Rightarrow h = \sqrt{[31 \times 31 \times 2]} = 31\sqrt{2}$ cm।

∴ दोनों समांतर भुजाओं के बीच की दूरी = $31\sqrt{2}$ cm।

उत्तर : $31\sqrt{2}$ cm

प्रश्न 18 (5)

समांतर चतुर्भुज ABCD में AB = 4 cm, BC = 6 cm और ∠ABC = 30° है। समांतर चतुर्भुज ABCD के आकार के खेत का क्षेत्रफल कितना होगा?

BC को आधार मानकर A से BC पर लंब AO खींचते हैं।

समकोण त्रिभुज AOB में ∠ABO = 30° है और कर्ण AB = 4 cm है, इसलिए AO = AB × sin30° = 4 × (1 ÷ 2) = 2 cm।

समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल = आधार × ऊँचाई = BC × AO = 6 × 2 = 12 वर्ग cm।

उत्तर : 12 वर्ग cm

इस अभ्यास में सबसे ज़्यादा होने वाली गलतियाँ :

• समांतर चतुर्भुज का क्षेत्रफल निकालते समय तिरछी भुजा को ऊँचाई मत समझो — ऊँचाई हमेशा लंबवत दूरी होती है।

• समचतुर्भुज में भुजा निकालने के लिए विकर्णों को आधा करना मत भूलो — सूत्र में (d ÷ 2) लगता है।

• समलंब के क्षेत्रफल में ½ लगाना मत भूलो।

• हीरोन के सूत्र में पहले s निकालो, फिर s − a, s − b, s − c — और वर्गमूल आखिर में निकालो।

• दो दूरी वाला प्रश्न (प्रश्न 5, 18-2) हमेशा एक ही क्षेत्रफल से हल होता है — पहले एक तरफ से क्षेत्रफल निकालो, फिर दूसरी तरफ से बराबर करो।