कक्षा 9 गणित — WBBSE (माध्यमिक)

अध्याय 15 : त्रिभुज और चतुर्भुज का क्षेत्रफल और परिमाप

अभ्यास 15.1 — परीक्षा-शैली में पूरा हल (हिंदी में)

हर प्रश्न अपने अलग बॉक्स में है, ठीक वैसे ही जैसे परीक्षा की कॉपी में लिखा जाता है :

प्रश्न → चित्र → दिया है → माना → सूत्र और गणना → ∴ उत्तर

पहले ये सूत्र याद कर लें

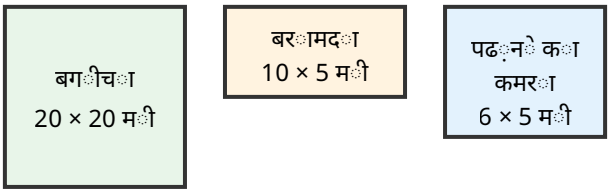
आकृति	क्षेत्रफल	परिमाप / अन्य
आयत (लंबाई l, चौड़ाई b)	$l \times b$	परिमाप $= 2(l + b)$, विकर्ण $= \sqrt{(l^2 + b^2)}$
वर्ग (भुजा a)	a^2	परिमाप $= 4a$, विकर्ण $= a\sqrt{2}$, विकर्ण से क्षेत्रफल $= d^2/2$
कमरे की चार दीवारें	$2 \times$ (लंबाई + चौड़ाई) $\times$ ऊँचाई	
कमरे का फर्श	लंबाई $\times$ चौड़ाई	
बाहर की ओर रास्ता (चौड़ाई x)	रास्ते का क्षेत्रफल $= (l + 2x)(b + 2x) - lb$	
अंदर की ओर रास्ता (चौड़ाई x)	रास्ते का क्षेत्रफल $= lb - (l - 2x)(b - 2x)$	
टाइलों की संख्या	फर्श का क्षेत्रफल ÷ एक टाइल का क्षेत्रफल (इकाई एक जैसी करके)	
सबसे बड़ी वर्गाकार टाइल	भुजा = लंबाई और चौड़ाई का म.स. (HCF)	

याद रखो : क्षेत्रफल हमेशा वर्ग इकाई (वर्ग मीटर) में, परिमाप इकाई (मीटर) में। टाइल वाले प्रश्नों में पहले मीटर को सेमी में बदलो, फिर भाग दो — इकाई की गलती ही सबसे आम गलती है।

प्रश्न-दर-प्रश्न हल

प्रश्न 1 — कमल का घर (तीन भाग)

प्रश्न : कमल के घर का चित्र देखकर हिसाब कीजिए : (1) उसके बगीचे का क्षेत्रफल, (2) बरामदे के फर्श की मरम्मत का खर्च (₹30 प्रति वर्ग मीटर), (3) पढ़ने के कमरे के फर्श पर 25 सेमी × 25 सेमी की कितनी टाइलें लगेंगी।



चित्र 1 — घर के भागों के माप (योजनाबद्ध चित्र)

(1) बगीचा वर्गाकार है, भुजा = 20 मी।

⇒ बगीचे का क्षेत्रफल = 20 × 20 = **400 वर्ग मी**।

(2) बरामदे का क्षेत्रफल = 10 × 5 = 50 वर्ग मी।

⇒ मरम्मत का खर्च = 50 × ₹30 = **₹1,500**।

(3) पढ़ने के कमरे की लंबाई = 6 मी = 600 सेमी, चौड़ाई = 5 मी = 500 सेमी।

⇒ कमरे का क्षेत्रफल = 600 × 500 वर्ग सेमी। एक टाइल का क्षेत्रफल = 25 × 25 वर्ग सेमी।

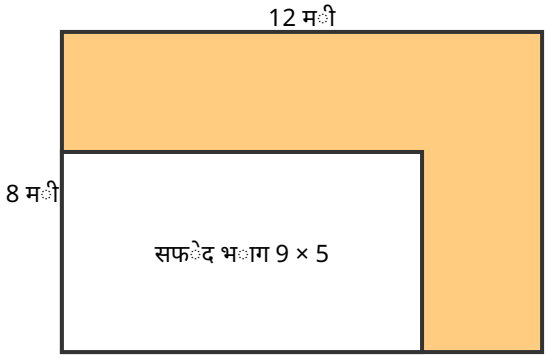
⇒ टाइलों की संख्या = (600 × 500) ÷ (25 × 25) = 300000 ÷ 625 = **480**।

∴ (1) बगीचा = 400 वर्ग मी, (2) खर्च = ₹1,500, (3) टाइलें = 480

प्रश्न 2 — रंगीन भाग का क्षेत्रफल

प्रश्न : नीचे दिए चित्रों में रंगीन भाग का क्षेत्रफल हिसाब करके लिखिए।

(1) आयत 12 मी × 8 मी, दो तरफ 3 मी चौड़ा रंगीन भाग



चित्र 2 — नारंगी = रंगीन भाग, सफेद = बिना रंग का भाग

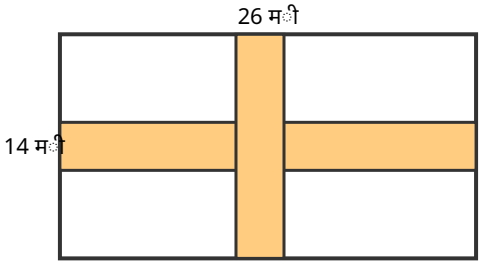
दिया है : पूरा आयत = 12 मी × 8 मी।

⇒ पूरे आयत का क्षेत्रफल = 12 × 8 = 96 वर्ग मी।

बिना रंग का भाग = (12 − 3) × (8 − 3) = 9 × 5 = 45 वर्ग मी।

⇒ रंगीन भाग = 96 − 45 = **51 वर्ग मी**।

(2) दो रास्ते एक-दूसरे को काटते हैं

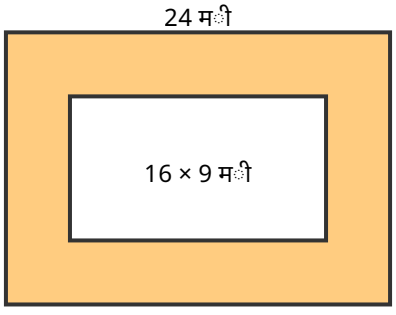


चित्र 3 — आड़ा रास्ता 26 × 3, खड़ा रास्ता 14 × 3, जोड़ 3 × 3 दो बार गिना गया

रंगीन भाग = आड़ा रास्ता + खड़ा रास्ता − दो बार गिना गया जोड़।

⇒ (26 × 3) + (14 × 3) − (3 × 3) = 78 + 42 − 9 = **111 वर्ग मी**।

(3) आयत के बाहर चारों ओर 4 मी चौड़ा रास्ता



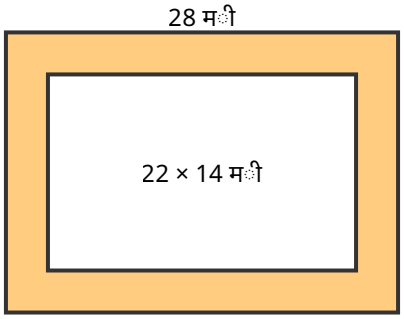
चित्र 4 — बाहर वाला आयत 24 × 17, अंदर वाला 16 × 9, रास्ता 4 मी चौड़ा

रास्ते सहित आयत : लंबाई = 16 + 2 × 4 = 24 मी, चौड़ाई = 9 + 2 × 4 = 17 मी।

⇒ रास्ते सहित क्षेत्रफल = 24 × 17 = 408 वर्ग मी। बिना रास्ते का क्षेत्रफल = 16 × 9 = 144 वर्ग मी।

⇒ रंगीन भाग (रास्ता) = 408 − 144 = **264 वर्ग मी**।

(4) आयत के अंदर चारों ओर 3 मी चौड़ा रास्ता



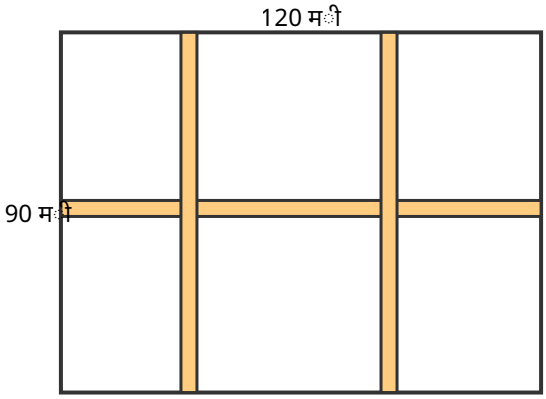
चित्र 5 — बाहर वाला आयत 28 × 20, अंदर वाला 22 × 14, रास्ता 3 मी चौड़ा (अंदर)

रास्ते सहित क्षेत्रफल = 28 × 20 = 560 वर्ग मी।

बिना रास्ते का आयत = (28 − 2 × 3) × (20 − 2 × 3) = 22 × 14 = 308 वर्ग मी।

⇒ रंगीन भाग (रास्ता) = 560 − 308 = **252 वर्ग मी**।

(5) एक आड़ा और दो खड़े रास्ते



चित्र 6 — आड़ा रास्ता 120 × 3, दो खड़े रास्ते 90 × 3, दो जोड़ 3 × 3 दो बार गिने गए

रंगीन भाग = (120 × 3) + (90 × 3) + (90 × 3) − (3 × 3) − (3 × 3)

⇒ 360 + 270 + 270 − 9 − 9 = 900 − 18 = **882 वर्ग मी**।

∴ (1) 51, (2) 111, (3) 264, (4) 252, (5) 882 वर्ग मी

प्रश्न 3 — अनुपात 4 : 3 वाला मैदान

प्रश्न : बिराटी महाजाति संघ के आयताकार मैदान की लंबाई और चौड़ाई में 4 : 3 का अनुपात है। मैदान के चारों ओर एक बार चलने पर 336 मीटर रास्ता तय होता है। मैदान का क्षेत्रफल हिसाब करके लिखिए।

माना मैदान की लंबाई = 4x मी और चौड़ाई = 3x मी।

⇒ मैदान का परिमाप = 2(4x + 3x) = 14x मी।

प्रश्न के अनुसार, 14x = 336 ⇒ x = 336 ÷ 14 = 24।

⇒ लंबाई = 4 × 24 = 96 मी, चौड़ाई = 3 × 24 = 72 मी।

⇒ मैदान का क्षेत्रफल = 96 × 72 = **6912 वर्ग मी**।

∴ मैदान का क्षेत्रफल = 6912 वर्ग मी

प्रश्न 4 — वर्गाकार जमीन : खेती से बाड़ तक

प्रश्न : समर की वर्गाकार जमीन पर ₹3.50 प्रति वर्ग मीटर की दर से खेती कराने में ₹1,400 लगे। उसी ऊँचाई की बाड़ ₹8.50 प्रति मीटर की दर से चारों ओर लगाने में कितना खर्च होगा, हिसाब करके लिखिए।

दिया है : खेती का खर्च = ₹1,400, दर = ₹3.50 प्रति वर्ग मी।

⇒ जमीन का क्षेत्रफल = 1400 ÷ 3.50 = 400 वर्ग मी।

⇒ वर्ग की हर भुजा = √400 = 20 मी।

⇒ वर्ग का परिमाप = 4 × 20 = 80 मी।

⇒ बाड़ का खर्च = 80 × ₹8.50 = **₹680**।

∴ बाड़ लगाने का खर्च = ₹680

प्रश्न 5 — आयत से वर्ग बन गया

प्रश्न : सुहास की आयताकार जमीन का क्षेत्रफल 500 वर्ग मीटर है। जमीन की लंबाई 3 मीटर कम करने और चौड़ाई 2 मीटर बढ़ाने पर जमीन वर्गाकार हो जाती है। सुहास की जमीन की लंबाई और चौड़ाई हिसाब करके लिखिए।

माना जमीन की लंबाई = x मी।

⇒ चौड़ाई = 500 ÷ x मी।

बदलाव के बाद : नई लंबाई = (x − 3) मी, नई चौड़ाई = (500/x + 2) मी।

वर्ग बनने पर लंबाई = चौड़ाई, इसलिए $x - 3 = 500/x + 2$।

⇒ $x - 500/x = 5 \Rightarrow x^2 - 500 = 5x \Rightarrow x^2 - 5x - 500 = 0$।

⇒ $x^2 - 25x + 20x - 500 = 0 \Rightarrow x(x - 25) + 20(x - 25) = 0 \Rightarrow (x - 25)(x + 20) = 0$।

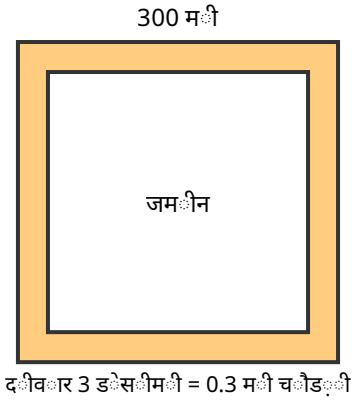
⇒ $x = 25$ या $x = -20$। लंबाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए $x = 25$।

⇒ लंबाई = 25 मी, चौड़ाई = 500 ÷ 25 = 20 मी।

∴ लंबाई = 25 मी, चौड़ाई = 20 मी

प्रश्न 6 — वर्गाकार जमीन के चारों ओर दीवार

प्रश्न : गाँव की वर्गाकार जमीन की हर भुजा 300 मीटर है। इस जमीन के चारों ओर 3 डेसीमीटर चौड़ी और समान ऊँचाई की दीवार बनानी है। ₹5,000 प्रति 100 वर्ग मीटर की दर से दीवार के लिए कितना खर्च होगा, हिसाब करके लिखिए।



चित्र 7 — नारंगी पट्टी = दीवार का क्षेत्रफल

दिया है : वर्ग की भुजा = 300 मी, दीवार की चौड़ाई = 3 डेसीमी = 0.3 मी।

⇒ दीवार सहित क्षेत्रफल = 300^2 वर्ग मी।

⇒ बिना दीवार का क्षेत्रफल = $(300 - 2 \times 0.3)^2 = (299.4)^2$ वर्ग मी।

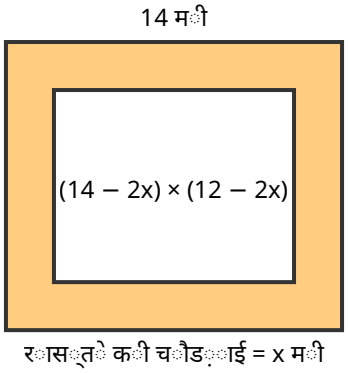
⇒ दीवार का क्षेत्रफल = $300^2 - 299.4^2 = (300 + 299.4)(300 - 299.4) = 599.4 \times 0.6 = 359.64$ वर्ग मी।

⇒ खर्च = $(5000 \div 100) \times 359.64 = 50 \times 359.64 =$ **₹17,982**।

∴ दीवार का खर्च = ₹17,982

प्रश्न 7 — बगीचे के अंदर रास्ते की चौड़ाई

प्रश्न : रेहाना के आयताकार बगीचे की लंबाई 14 मीटर और चौड़ाई 12 मीटर है। बगीचे के अंदर समान चौड़ाई का रास्ता बनाने में ₹20 प्रति वर्ग मीटर की दर से ₹1,380 लगे। रास्ता कितना चौड़ा है, हिसाब करके लिखिए।



चित्र 8 — नारंगी पट्टी = रास्ता, सफेद भाग = बिना रास्ते का बगीचा

माना रास्ते की चौड़ाई = x मी।

⇒ रास्ते सहित क्षेत्रफल = 14 × 12 = 168 वर्ग मी।

⇒ बिना रास्ते का क्षेत्रफल = (14 − 2x)(12 − 2x) वर्ग मी।

रास्ते का क्षेत्रफल = 1380 ÷ 20 = 69 वर्ग मी।

⇒ 168 − (14 − 2x)(12 − 2x) = 69 ⇒ (14 − 2x)(12 − 2x) = 99।

⇒ 168 − 52x + $4x^2$ = 99 ⇒ $4x^2$ − 52x + 69 = 0 ⇒ (2x − 23)(2x − 3) = 0।

⇒ x = 23/2 = 11.5 या x = 3/2 = 1.5। x = 11.5 रखने पर लंबाई 14 − 23 = −9 मी हो जाती है, जो असंभव है।

⇒ रास्ते की चौड़ाई = **1.5 मी**।

∴ रास्ता 1.5 मीटर चौड़ा है

प्रश्न 8 — विकर्ण पर बना वर्ग

प्रश्न : एक आयताकार बगीचे का क्षेत्रफल 1200 वर्ग सेमी और लंबाई 40 सेमी है। उसके विकर्ण पर बनाए गए वर्ग का क्षेत्रफल हिसाब करके लिखिए।

दिया है : आयत का क्षेत्रफल = 1200 वर्ग सेमी, लंबाई = 40 सेमी।

⇒ चौड़ाई = 1200 ÷ 40 = 30 सेमी।

⇒ विकर्ण = $\sqrt{(40^2 + 30^2)} = \sqrt{(1600 + 900)} = \sqrt{2500} = 50$ सेमी।

विकर्ण पर बने वर्ग की भुजा = 50 सेमी।

⇒ वर्ग का क्षेत्रफल = 50^2 = **2500 वर्ग सेमी**।

∴ विकर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल = 2500 वर्ग सेमी

प्रश्न 9 — हॉल की दीवारों पर रंगीन कागज

प्रश्न : एक हॉल की लंबाई 4 मीटर, चौड़ाई 6 मीटर और ऊँचाई 4 मीटर है। उसमें 3 दरवाजे (प्रत्येक 1.5 मी × 1 मी) और 4 खिड़कियाँ (प्रत्येक 1.2 मी × 1 मी) हैं। चारों दीवारों पर ₹70 प्रति वर्ग मीटर की दर से रंगीन कागज लगाने में कितना खर्च होगा?

दिया है : लंबाई = 4 मी, चौड़ाई = 6 मी, ऊँचाई = 4 मी।

⇒ चार दीवारों का क्षेत्रफल = 2 × (4 + 6) × 4 = 80 वर्ग मी।

⇒ 3 दरवाजों का क्षेत्रफल = 3 × 1.5 × 1 = 4.5 वर्ग मी। 4 खिड़कियों का क्षेत्रफल = 4 × 1.2 × 1 = 4.8 वर्ग मी।

⇒ कागज लगने वाली दीवार = 80 − (4.5 + 4.8) = 80 − 9.3 = 70.7 वर्ग मी।

⇒ खर्च = 70.7 × ₹70 = **₹4,949**।

∴ रंगीन कागज का खर्च = ₹4,949

प्रश्न 10 — चार दीवारों और फर्श से ऊँचाई

प्रश्न : एक कमरे की चार दीवारों का क्षेत्रफल 42 वर्ग मीटर और फर्श का क्षेत्रफल 12 वर्ग मीटर है। कमरे की लंबाई 4 मीटर हो, तो कमरे की ऊँचाई हिसाब करके लिखिए।

दिया है : फर्श का क्षेत्रफल = 12 वर्ग मी, लंबाई = 4 मी।

⇒ चौड़ाई = 12 ÷ 4 = 3 मी।

माना कमरे की ऊँचाई = x मी।

⇒ चार दीवारों का क्षेत्रफल = 2 × (4 + 3) × x = 14x वर्ग मी।

प्रश्न के अनुसार, 14x = 42 ⇒ x = 42 ÷ 14 = 3।

⇒ कमरे की ऊँचाई = **3 मी**।

∴ कमरे की ऊँचाई = 3 मीटर

प्रश्न 11 — कागज का परिमाप

प्रश्न : सुजाता 84 वर्ग सेमी क्षेत्रफल वाले आयताकार कागज पर चित्र बनाएगी। कागज की लंबाई और चौड़ाई में 5 सेमी का अंतर है। कागज का परिमाप हिसाब करके लिखिए।

माना कागज की लंबाई = x सेमी।

⇒ चौड़ाई = (x − 5) सेमी। क्षेत्रफल = $x(x - 5) = x^2 - 5x$ वर्ग सेमी।

प्रश्न के अनुसार, $x^2 - 5x = 84 \Rightarrow x^2 - 5x - 84 = 0$।

⇒ $x^2 - 12x + 7x - 84 = 0 \Rightarrow x(x - 12) + 7(x - 12) = 0 \Rightarrow (x - 12)(x + 7) = 0$।

⇒ x = 12 या x = −7। लंबाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए x = 12।

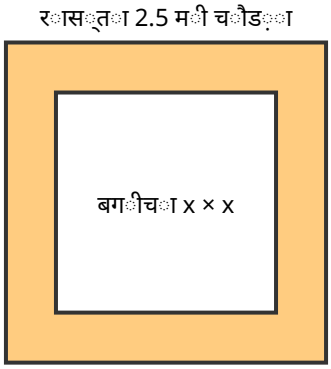
⇒ लंबाई = 12 सेमी, चौड़ाई = 12 − 5 = 7 सेमी।

⇒ कागज का परिमाप = 2 × (12 + 7) = 2 × 19 = **38 सेमी**।

∴ कागज का परिमाप = 38 सेमी

प्रश्न 12 — वर्गाकार बगीचे के बाहर रास्ता

प्रश्न : शिराज के वर्गाकार बगीचे के चारों ओर 2.5 मीटर चौड़ा रास्ता है। रास्ते का क्षेत्रफल 165 वर्ग मीटर है। बगीचे का क्षेत्रफल और विकर्ण की लंबाई हिसाब करके लिखिए। (√2 = 1.414)



चित्र 9 — नारंगी पट्टी = रास्ता (165 वर्ग मी)

माना बगीचे की हर भुजा = x मी।

⇒ रास्ते सहित भुजा = (x + 2 × 2.5) = (x + 5) मी।

⇒ रास्ते का क्षेत्रफल = $(x + 5)^2 - x^2$ = 10x + 25 वर्ग मी।

प्रश्न के अनुसार, 10x + 25 = 165 ⇒ 10x = 140 ⇒ x = 14।

⇒ बगीचे का क्षेत्रफल = 14^2 = **196 वर्ग मी**।

⇒ विकर्ण = 14√2 = 14 × 1.414 = **19.796 मी**।

∴ बगीचे का क्षेत्रफल = 196 वर्ग मी, विकर्ण = 19.796 मी

प्रश्न 13 — वर्गाकार खेत : बाड़ और घास

प्रश्न : वर्गाकार खेत के विकर्ण की लंबाई 20√2 मीटर है। खेत के चारों ओर बाड़ लगाने के लिए कितनी लंबी दीवार चाहिए, और ₹20 प्रति वर्ग मीटर की दर से घास लगाने में कितना खर्च होगा, हिसाब करके लिखिए।

दिया है : वर्ग का विकर्ण = 20√2 मी।

⇒ वर्ग की भुजा = विकर्ण ÷ √2 = 20√2 ÷ √2 = 20 मी।

⇒ खेत का परिमाप (बाड़ की लंबाई) = 4 × 20 = **80 मी**।

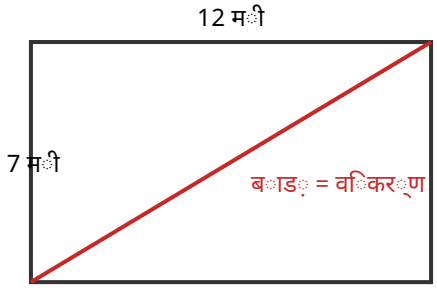
⇒ खेत का क्षेत्रफल = 20^2 = 400 वर्ग मी।

⇒ घास लगाने का खर्च = 400 × ₹20 = **₹8,000**।

∴ बाड़ = 80 मीटर, घास का खर्च = ₹8,000

प्रश्न 14 — बगीचे में विकर्ण वाली बाड़

प्रश्न : आयताकार बगीचे की लंबाई 12 मीटर और चौड़ाई 7 मीटर है। बगीचे में विकर्ण के सहारे बाड़ लगानी है। बाड़ की लंबाई हिसाब करके लिखिए।



चित्र 10 — लाल रेखा = विकर्ण वाली बाड़

दिया है : लंबाई = 12 मी, चौड़ाई = 7 मी।

⇒ विकर्ण = $\sqrt{(12^2 + 7^2)} = \sqrt{(144 + 49)} = \sqrt{193}$ मी।

⇒ बाड़ की लंबाई = **$\sqrt{193}$ मी**।

नोट : विकर्ण से बने त्रिभुज का परिमाप = $12 + 7 + \sqrt{193} = (19 + \sqrt{193})$ मी।

∴ बाड़ की लंबाई = $\sqrt{193}$ मीटर

प्रश्न 15 — हॉल के फर्श पर टाइलें

प्रश्न : मौसमी के बड़े हॉल की लंबाई और चौड़ाई में 9 : 5 का अनुपात है और परिमाप 140 मीटर है। हॉल के फर्श पर 25 सेमी × 20 सेमी की टाइलें लगानी हैं, जिनकी दर ₹500 प्रति 100 टाइलें है। फर्श पर टाइलें लगाने का खर्च हिसाब करके लिखिए।

माना हॉल की लंबाई = 9x मी और चौड़ाई = 5x मी।

⇒ परिमाप = 2(9x + 5x) = 28x मी। प्रश्न के अनुसार, 28x = 140 ⇒ x = 5।

⇒ लंबाई = 9 × 5 = 45 मी = 4500 सेमी, चौड़ाई = 5 × 5 = 25 मी = 2500 सेमी।

⇒ हॉल का क्षेत्रफल = 4500 × 2500 वर्ग सेमी। एक टाइल का क्षेत्रफल = 25 × 20 वर्ग सेमी।

⇒ टाइलों की संख्या = (4500 × 2500) ÷ (25 × 20) = 11250000 ÷ 500 = 22,500।

⇒ 1 टाइल की कीमत = 500 ÷ 100 = ₹5।

⇒ कुल खर्च = 22,500 × ₹5 = **₹1,12,500**।

∴ टाइलें लगाने का खर्च = ₹1,12,500

प्रश्न 16 — कालीन वाले हॉल का परिमाप और क्षेत्रफल

प्रश्न : 18 मीटर लंबे बड़े हॉल में कालीन बिछाने में ₹2,160 लगे। अगर फर्श की चौड़ाई 4 मीटर कम होती, तो खर्च ₹1,620 होता। हॉल का परिमाप और क्षेत्रफल हिसाब करके लिखिए।

दिया है : हॉल की लंबाई = 18 मी।

चौड़ाई 4 मी कम होने पर खर्च में कमी = 2160 − 1620 = ₹540।

⇒ 18 मी × 4 मी = 72 वर्ग मी कालीन की कीमत ₹540 है।

⇒ कालीन की दर = 540 ÷ 72 = ₹7.50 प्रति वर्ग मी।

माना हॉल की चौड़ाई = B मी। तब 18 × B × 7.50 = 2160 ⇒ 135B = 2160 ⇒ B = 16 मी।

⇒ हॉल का क्षेत्रफल = 18 × 16 = **288 वर्ग मी**।

⇒ हॉल का परिमाप = 2 × (18 + 16) = 2 × 34 = **68 मी**।

∴ क्षेत्रफल = 288 वर्ग मी, परिमाप = 68 मी

प्रश्न 17 — विकर्ण और अंतर से लंबाई-चौड़ाई

प्रश्न : एक आयताकार जमीन के विकर्ण की लंबाई 15 मीटर है और लंबाई व चौड़ाई में 3 मीटर का अंतर है। जमीन का परिमाप और क्षेत्रफल हिसाब करके लिखिए।

माना जमीन की चौड़ाई = x मी।

⇒ लंबाई = (x + 3) मी। विकर्ण = $\sqrt{[(x+3)^2 + x^2]} = \sqrt{(2x^2 + 6x + 9)}$ मी।

प्रश्न के अनुसार, $\sqrt{(2x^2 + 6x + 9)} = 15 \Rightarrow 2x^2 + 6x + 9 = 225$।

$\Rightarrow 2x^2 + 6x - 216 = 0 \Rightarrow x^2 + 3x - 108 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x - 9x - 108 = 0$।

$\Rightarrow x(x + 12) - 9(x + 12) = 0 \Rightarrow (x + 12)(x - 9) = 0$।

⇒ x = −12 या x = 9। चौड़ाई ऋणात्मक नहीं हो सकती, इसलिए x = 9।

⇒ चौड़ाई = 9 मी, लंबाई = 9 + 3 = 12 मी।

⇒ परिमाप = 2 × (12 + 9) = **42 मी**, क्षेत्रफल = 12 × 9 = **108 वर्ग मी**।

∴ परिमाप = 42 मी, क्षेत्रफल = 108 वर्ग मी

प्रश्न 18 — सबसे बड़ी वर्गाकार टाइल

प्रश्न : 385 मीटर × 60 मीटर के आयताकार आँगन में फर्श बनाने के लिए सबसे बड़ी किस माप की वर्गाकार टाइल इस्तेमाल हो सकती है, और कितनी टाइलें लगेंगी, हिसाब करके लिखिए।

वर्गाकार टाइल की सबसे बड़ी भुजा = 385 और 60 का म.स.।

⇒ 385 = 5 × 77, 60 = 5 × 12 ⇒ म.स. = 5।

⇒ सबसे बड़ी टाइल की भुजा = **5 मी**। एक टाइल का क्षेत्रफल = 5^2 = 25 वर्ग मी।

⇒ टाइलों की संख्या = (385 × 60) ÷ 25 = 23100 ÷ 25 = **924**।

∴ सबसे बड़ी टाइल = 5 मी की, टाइलें = 924

प्रश्न 19 — बहुविकल्पीय प्रश्न (सही उत्तर चुनिए)

प्रश्न :

(1) वर्ग के विकर्ण की लंबाई $12\sqrt{2}$ सेमी हो, तो वर्ग का क्षेत्रफल है : (a) 288 वर्ग सेमी (b) 144 वर्ग सेमी (c) 72 वर्ग सेमी (d) 18 वर्ग सेमी

(2) एक वर्ग का क्षेत्रफल A_1 वर्ग इकाई हो और उसके विकर्ण पर बने वर्ग का क्षेत्रफल A_2 वर्ग इकाई हो, तो $A_1 : A_2$ होगा : (a) 1 : 2 (b) 2 : 1 (c) 1 : 4 (d) 4 : 1

(3) 6 मीटर × 4 मीटर की जगह पर 2 डेसीमीटर की वर्गाकार टाइलें बिछानी हों, तो कितनी टाइलें लगेंगी : (a) 1200 (b) 2400 (c) 600 (d) 1800

(4) एक वर्ग और एक आयत का परिमाप बराबर हो, और उनके क्षेत्रफल क्रमशः S और R हों, तो : (a) S = R (b) S > R (c) S < R (d) इनमें से कोई नहीं

(5) एक आयत के विकर्ण की लंबाई 10 सेमी और क्षेत्रफल 62.5 वर्ग सेमी हो, तो उसकी लंबाई और चौड़ाई का योग है : (a) 12 सेमी (b) 15 सेमी (c) 20 सेमी (d) 25 सेमी

(1) वर्ग का क्षेत्रफल = विकर्ण$^2 \div 2 = (12\sqrt{2})^2 \div 2 = (144 \times 2) \div 2 = 144$ वर्ग सेमी ⇒ **(b)**

(2) माना वर्ग की भुजा = x। तब $A_1 = x^2$, विकर्ण = $x\sqrt{2}$, इसलिए $A_2 = (x\sqrt{2})^2 = 2x^2$। ⇒ $A_1 : A_2 = x^2 : 2x^2 = 1 : 2$ ⇒ **(a)**

(3) 6 मी = 60 डेसीमी, 4 मी = 40 डेसीमी। जगह का क्षेत्रफल = 60 × 40 = 2400 वर्ग डेसीमी। एक टाइल = 2^2 = 4 वर्ग डेसीमी। ⇒ टाइलें = 2400 ÷ 4 = 600 ⇒ **(c)**

(4) बराबर परिमाप में वर्ग का क्षेत्रफल आयत से हमेशा बड़ा होता है ⇒ S > R ⇒ **(b)**

(5) माना लंबाई = x, चौड़ाई = y। तब $x^2 + y^2 = 10^2 = 100$ और $xy = 62.5 \Rightarrow 2xy = 125$।

⇒ $(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 100 + 125 = 225 \Rightarrow x + y = \sqrt{225} = 15$ सेमी ⇒ **(b)**

∴ उत्तर : (1) b, (2) a, (3) c, (4) b, (5) b

प्रश्न 20 — लघु उत्तरीय प्रश्न

प्रश्न :

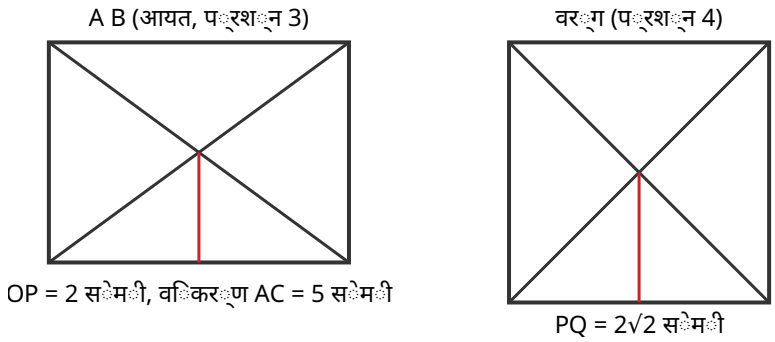
(1) वर्ग की भुजा 10% बढ़ जाए, तो क्षेत्रफल कितने प्रतिशत बढ़ेगा?

(2) आयत की लंबाई 10% बढ़े और चौड़ाई 10% घटे, तो क्षेत्रफल कितने प्रतिशत बढ़ेगा या घटेगा?

(3) एक आयत का विकर्ण 5 सेमी है। विकर्णों के कट-बिंदु से चौड़ाई पर डाले गए लंब की लंबाई 2 सेमी है। आयत की लंबाई और चौड़ाई क्या है?

(4) वर्ग के विकर्णों के कट-बिंदु से किसी भुजा पर डाले गए लंब की लंबाई $2\sqrt{2}$ सेमी हो, तो वर्ग के प्रत्येक विकर्ण की लंबाई क्या है?

(5) एक आयत का परिमाप 34 सेमी और क्षेत्रफल 60 वर्ग सेमी है। उसके प्रत्येक विकर्ण की लंबाई क्या है?



चित्र 11 — विकर्णों का कट-बिंदु भुजा का मध्य-बिंदु होता है, इसलिए लंब = भुजा का आधा

(1) माना वर्ग की भुजा = x। क्षेत्रफल = x^2। नई भुजा = $x + x/10 = 11x/10$।

⇒ नया क्षेत्रफल = $(11x/10)^2 = 121x^2/100$। बढ़ोतरी = $21x^2/100$।

⇒ प्रतिशत बढ़ोतरी = $(21x^2/100) \times (100/x^2)$ = **21%**।

(2) माना लंबाई = x, चौड़ाई = y। क्षेत्रफल = xy। नई लंबाई = $11x/10$, नई चौड़ाई = $9y/10$।

⇒ नया क्षेत्रफल = $(11x/10) \times (9y/10) = 99xy/100$। कमी = $xy/100$।

⇒ प्रतिशत कमी = $(xy/100) \times (100/xy)$ = **1%**।

(3) माना आयत ABCD के विकर्ण O पर कटते हैं, O से चौड़ाई AD पर लंब OP = 2 सेमी है।

⇒ आयत की लंबाई AB = $2 \times$ OP = 4 सेमी (कट-बिंदु से भुजा का मध्य-बिंदु, इसलिए लंब भुजा का आधा है)।

⇒ पाइथागोरस से : $AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow 5^2 = 4^2 + BC^2 \Rightarrow BC^2 = 25 - 16 = 9 \Rightarrow BC = 3$ सेमी।

⇒ लंबाई = **4 सेमी**, चौड़ाई = **3 सेमी**।

(4) माना वर्ग ABCD के विकर्ण P पर कटते हैं, P से भुजा AB पर लंब PQ = $2\sqrt{2}$ सेमी है।

⇒ वर्ग की भुजा = $2 \times PQ = 4\sqrt{2}$ सेमी।

⇒ प्रत्येक विकर्ण = $\sqrt{2} \times$ भुजा = $\sqrt{2} \times 4\sqrt{2}$ = **8 सेमी**।

(5) माना लंबाई = x, चौड़ाई = y। तब $2(x + y) = 34 \Rightarrow x + y = 17$, और $xy = 60$।

⇒ $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 289 - 240 = 49 \Rightarrow x - y = 7$।

⇒ दोनों जोड़ने पर $2x = 24 \Rightarrow x = 12$, $y = 5$।

⇒ विकर्ण = $\sqrt{(12^2 + 5^2)} = \sqrt{169}$ = **13 सेमी**।

∴ (1) 21% बढ़ेगा, (2) 1% घटेगा, (3) 4 सेमी व 3 सेमी, (4) 8 सेमी, (5) 13 सेमी

इस अभ्यास में आम गलतियाँ :

• रास्ता **बाहर** हो तो भुजा में **2x** जुड़ता है, अंदर हो तो **2x** घटता है — सिर्फ x जोड़ना-घटाना गलत है।

• टाइल वाले प्रश्नों में मीटर और सेमी को एक जैसा किए बिना भाग देना गलत है (पहले सब सेमी में बदलो)।

• वर्गाकार समीकरण के दो उत्तर आते हैं — ऋणात्मक उत्तर हमेशा छोड़ दो, क्योंकि लंबाई ऋणात्मक नहीं होती।

• दो रास्ते जहाँ कटते हैं, वह जोड़ (3 × 3) दो बार गिन जाता है — एक बार घटाना ज़रूरी है।

• विकर्ण से वर्ग का क्षेत्रफल $d^2/2$ होता है, d^2 नहीं।