WBBSE (माध्यमिक)

कक्षा 9 गणित

अध्याय 11

सांख्यिकी

Full Solution : पूरा हल

birlaeducation.org

कषे देखी 11.1 और 11.2 + स्वयं करो
परीक्षा की कॉपी में लिखने जैसा हल, हिंदी में

बिरला एजुकेशन

कक्षा 9 गणित : अध्याय 11

सांख्यिकी

कषे देखी 11.1 और 11.2 और स्वयं करो : पूरा हल

प्रश्न → चित्र → दिया है → सूत्र और गणना → ∴ उत्तर

पहले ये बातें याद कर लें

आँकड़े : किसी जानकारी को संख्याओं के रूप में लिखने पर वे संख्याएँ **आँकड़े** कहलाती हैं। बिना किसी क्रम के लिखे आँकड़े **कच्चे आँकड़े** कहलाते हैं। **चर :** जो राशि बदलती रहती है, जैसे परिवार में लोगों की संख्या, दैनिक तापमान, मासिक आय, उसे **चर** कहते हैं। **गुण :** जो बात संख्या से नहीं नापी जाती, जैसे शिक्षा का स्तर या परीक्षा में मिला ग्रेड, उसे **गुण** कहते हैं।

बारंबारता : कोई मान आँकड़ों में जितनी बार आता है, वह उसकी **बारंबारता** कहलाती है। **वर्ग अंतराल :** आँकड़ों को समूहों में बाँटने पर हर समूह एक वर्ग अंतराल कहलाता है, जैसे 0-2, 2-4। **वर्ग सीमा :** वर्ग अंतराल की छोटी संख्या निम्न सीमा और बड़ी संख्या उच्च सीमा कहलाती है। **वर्ग माप :** उच्च सीमा और निम्न सीमा का अंतर वर्ग माप कहलाता है।

birlaeducation.org

वर्ग का मध्य मान = (निम्न सीमा + उच्च सीमा) / 2

वर्ग माप = उच्च सीमा − निम्न सीमा

प्रसार = सबसे बड़ा मान − सबसे छोटा मान

बारंबारता घनत्व = बारंबारता / वर्ग माप

वर्ग सीमा : जब वर्ग 1-5, 6-10 जैसे हों तो असली सीमा निकालने के लिए नीचे वाली सीमा में से 0.5 घटाते हैं और ऊपर वाली में 0.5 जोड़ते हैं। जैसे 1-10 की वर्ग सीमा 0.5-10.5 होती है। **संचयी बारंबारता :** किसी वर्ग तक की सभी बारंबारताओं का जोड़ संचयी बारंबारता कहलाता है। नीचे से जोड़ने पर **से कम प्रकार** और ऊपर से जोड़ने पर **से अधिक प्रकार** की संचयी बारंबारता बनती है।

आयतलेख : वर्ग सीमा x अक्ष पर और बारंबारता y अक्ष पर लेकर बनाए गए आयतों का चित्र **आयतलेख** कहलाता है। हर आयत का क्षेत्रफल उस वर्ग की बारंबारता के समानुपाती होता है। **बारंबारता बहुभुज :** हर वर्ग के मध्य मान और बारंबारता से बने बिंदुओं को सीधी रेखाओं से जोड़ने पर **बारंबारता बहुभुज** बनता है। दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाला एक एक वर्ग और जोड़ते हैं, ताकि बहुभुज x अक्ष से मिल जाए।

ध्यान दो : आयतलेख में x अक्ष पर हमेशा **वर्ग सीमा** लेते हैं, वर्ग अंतराल नहीं। बारंबारता बहुभुज में बिंदु हमेशा **मध्य मान** पर बनाते हैं, वर्ग की सीमा पर नहीं।

स्वयं करो (Do It Yourself)

अध्याय के बीच में दिया गया स्वयं करने वाला प्रश्न : इसका पूरा हल नीचे है।

birlaeducation.org

स्वयं करो 1 : संचयी बारंबारता सारणी बनाओ

प्रश्न : मृगांक ने अपने कारखाने के 30 मजदूरों की आयु नीचे लिखी है :

आयु (वर्ष)	21-23	23-25	25-27	27-29	29-31	31-33	33-35
मजदूरों की संख्या	3	4	5	6	5	4	3

ऊपर के आँकड़ों से संचयी बारंबारता सारणी बनाओ और बताओ :

(i) 27 वर्ष से कम आयु वाले मजदूर कितने हैं? (ii) 25 वर्ष या उससे अधिक आयु वाले मजदूर कितने हैं? (iii) 25 वर्ष या उससे अधिक पर 33 वर्ष से कम आयु वाले मजदूर कितने हैं?

दिया है : कुल मजदूर = 3 + 4 + 5 + 6 + 5 + 4 + 3 = 30।

⇒ पहले से कम प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी बनाते हैं :

वर्ग सीमा (आयु वर्ष)	21 से कम	23 से कम	25 से कम	27 से कम	29 से कम	31 से कम	33 से कम	35 से कम
संचयी बारंबारता	0	3	7	12	18	23	27	30

birlaeducation.org

वर्ग सीमा (आयु वर्ष)	21 या अधिक	23 या अधिक	25 या अधिक	27 या अधिक	29 या अधिक	31 या अधिक	33 या अधिक	35 या अधिक
संचयी बारंबारता	30	27	23	18	12	7	3	0

⇒ (i) 27 वर्ष से कम आयु वाले मजदूर = 12।

⇒ (ii) 25 वर्ष या उससे अधिक आयु वाले मजदूर = 23।

⇒ (iii) 25 वर्ष या अधिक पर 33 वर्ष से कम आयु वाले मजदूर = 23 − 3 = 20।

∴ (i) 12 मजदूर (ii) 23 मजदूर (iii) 20 मजदूर

> से कम प्रकार की सारणी में ऊपर से नीचे जोड़ते जाओ, से अधिक प्रकार की सारणी में नीचे से ऊपर जोड़ते जाओ। दोनों सारणियों का आख़िरी जोड़ कुल बारंबारता के बराबर होना चाहिए।

कषे देखी 11.1

प्रश्न 1 : बारंबारता बंटन सारणी बनाओ

प्रश्न : मैंने अपने मोहल्ले के 40 परिवारों में बच्चों की संख्या नीचे लिखी है :

1, 2, 6, 5, 1, 5, 1, 3, 2, 6

2, 3, 4, 2, 0, 4, 4, 3, 2, 2

0, 0, 1, 2, 2, 4, 3, 2, 1, 0

5, 1, 2, 4, 3, 4, 1, 6, 2, 2

0-2, 2-4 आदि वर्ग लेकर ऊपर के आँकड़ों की बारंबारता बंटन सारणी बनाओ।

दिया है : कुल परिवार = 40।

⇒ गिनती करने पर : 0 वाले परिवार 4, 1 वाले परिवार 7, 2 वाले परिवार 12, 3 वाले परिवार 5, 4 वाले परिवार 6, 5 वाले परिवार 3, 6 वाले परिवार 3।

⇒ वर्ग 0-2 में 0 और 1 आते हैं : बारंबारता = 4 + 7 = 11।

⇒ वर्ग 2-4 में 2 और 3 आते हैं : बारंबारता = 12 + 5 = 17।

⇒ वर्ग 4-6 में 4 और 5 आते हैं : बारंबारता = 6 + 3 = 9।

⇒ वर्ग 6-8 में 6 और 7 आते हैं : बारंबारता = 3 + 0 = 3।

birlaeducation.org

वर्ग अंतराल	वर्ग सीमा	वर्ग माप	बारंबारता
0-2	0-2	2	11
2-4	2-4	2	17
4-6	4-6	2	9
6-8	6-8	2	3
कुल			**40**

∴ बारंबारता बंटन सारणी ऊपर दी गई है, कुल बारंबारता 40 है

प्रश्न 2 : अंकों की बारंबारता बंटन सारणी बनाओ

प्रश्न : स्कूल की एक परीक्षा में 40 छात्रों के अंक नीचे दिए गए हैं :
34, 27, 45, 21, 30, 40, 11, 47, 1, 15
3, 40, 12, 47, 48, 18, 30, 24, 25, 28
32, 31, 25, 22, 27, 41, 12, 13, 2, 44
43, 7, 9, 49, 13, 19, 32, 39, 24, 3
1-10, 11-20, 21-30, 31-40, 41-50 वर्ग लेकर इन अंकों की बारंबारता बंटन सारणी बनाओ।

दिया है : कुल छात्र = 40।
⇒ गिनती करने पर : वर्ग 1-10 में अंक 1, 3, 7, 9, 2, 3 आते हैं : बारंबारता = 6।
⇒ वर्ग 11-20 में अंक 11, 15, 12, 18, 12, 13, 13, 19 आते हैं : बारंबारता = 8।
⇒ वर्ग 21-30 में अंक 27, 21, 30, 30, 24, 25, 28, 25, 22, 27, 24 आते हैं : बारंबारता = 11।
⇒ वर्ग 31-40 में अंक 34, 40, 40, 32, 31, 32, 39 आते हैं : बारंबारता = 7।
⇒ वर्ग 41-50 में अंक 45, 47, 47, 48, 41, 44, 43, 49 आते हैं : बारंबारता = 8।

वर्ग	बारंबारता
1-10	6
11-20	8
21-30	11
31-40	7
41-50	8
कुल	**40**

birlaeducation.org

∴ बारंबारता बंटन सारणी ऊपर दी गई है, कुल बारंबारता 40 है

प्रश्न 3 : संतरे के वजन की सारणी बनाओ

प्रश्न : एक टोकरी में बहुत से संतरे हैं। उनमें से बिना देखे 40 संतरे लेकर उनका वजन (ग्राम में) नीचे लिखा है :
45, 35, 30, 55, 70, 100, 80, 110, 80, 75, 85, 70, 75, 85, 90, 75, 90, 30, 55, 45, 40, 65, 60, 50, 40, 100, 65, 60, 40, 100, 75, 110, 30, 45, 84, 70, 80, 95, 85, 70
ऊपर के आँकड़ों की बारंबारता बंटन सारणी और से कम प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी बनाओ। वर्ग माप 10 लो।

दिया है : सबसे अधिक वजन = 110 ग्राम, सबसे कम वजन = 30 ग्राम।
⇒ प्रसार = 110 − 30 = 80 ग्राम, वर्ग माप = 10।
⇒ गिनती करने पर : 30-40 में 4, 40-50 में 6, 50-60 में 3, 60-70 में 4, 70-80 में 8, 80-90 में 7, 90-100 में 3, 100-110 में 3, 110-120 में 2 संतरे हैं।

वर्ग	बारंबारता	संचयी बारंबारता (से कम)
30-40	4	4
40-50	6	10
50-60	3	13
60-70	4	17
70-80	8	25
80-90	7	32
90-100	3	35
100-110	3	38
110-120	2	40
कुल	**40**	

birlaeducation.org

∴ बारंबारता और संचयी बारंबारता सारणी ऊपर दी गई है, कुल 40 संतरे हैं

कोई मान दो वर्गों की सीमा पर पड़े तो उसे ऊपर वाले वर्ग में गिनते हैं। जैसे 100 ग्राम वाला संतरा 100-110 वर्ग में गिना गया है, 90-100 में नहीं।

प्रश्न 4 : बिजली के बिल की सारणी बनाओ

प्रश्न : मिताली और मोहीदुल ने अपने गाँव के 45 घरों के इस महीने के बिजली के बिल की रकम नीचे लिखी है :
116, 127, 100, 82, 80, 101, 91, 65, 95, 89, 75, 92, 129, 78, 87, 101, 65, 52, 59, 65, 95, 108, 115, 121, 128, 63, 76, 130, 116, 108, 118, 61, 129, 127, 91, 130, 125, 101, 116, 105, 92, 75, 98, 65, 110
ऊपर के आँकड़ों की बारंबारता बंटन सारणी बनाओ।

दिया है : कुल घर = 45, वर्ग माप 10 लेते हैं।
⇒ गिनती करने पर : 50-60 में 2, 60-70 में 6, 70-80 में 4, 80-90 में 4, 90-100 में 7, 100-110 में 7, 110-120 में 6, 120-130 में 7, 130-140 में 2 घर हैं।

वर्ग	बारंबारता
50-60	2
60-70	6
70-80	4
80-90	4
90-100	7
100-110	7
110-120	6
120-130	7
130-140	2
कुल	**45**

birlaeducation.org

∴ बारंबारता बंटन सारणी ऊपर दी गई है, कुल बारंबारता 45 है

प्रश्न 5 : से अधिक प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी बनाओ

प्रश्न : मारिया ने एक अस्पताल के 300 रोगियों की आयु नीचे दी गई सारणी में लिखी है :

आयु (वर्ष)	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
रोगियों की संख्या	80	40	50	70	40	20

ऊपर के आँकड़ों की से अधिक प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी बनाओ।

दिया है : कुल रोगी = 80 + 40 + 50 + 70 + 40 + 20 = 300।

⇒ से अधिक प्रकार की संचयी बारंबारता नीचे से ऊपर जोड़कर बनाते हैं :

आयु (वर्ष)	**रोगियों की संख्या**	**संचयी बारंबारता (से अधिक)**
10-20	80	300
20-30	40	220
30-40	50	180
40-50	70	130
50-60	40	60
60-70	20	20
कुल	**300**	

birlaeducation.org

∴ से अधिक प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी ऊपर दी गई है

से अधिक प्रकार की सारणी में पहली पंक्ति की संचयी बारंबारता हमेशा कुल बारंबारता के बराबर होती है। यहाँ 300 है।

प्रश्न 6 : संचयी सारणी से बारंबारता सारणी बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई संचयी बारंबारता सारणी को देखकर बारंबारता बंटन सारणी बनाओ :

वर्ग	10 से कम	20 से कम	30 से कम	40 से कम	50 से कम	60 से कम
छात्रों की संख्या	17	22	29	37	50	60

दिया है : यह से कम प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी है।

⇒ हर वर्ग की बारंबारता = उस वर्ग की संचयी बारंबारता − पिछले वर्ग की संचयी बारंबारता।

⇒ 0-10 वर्ग की बारंबारता = 17।

⇒ 10-20 वर्ग की बारंबारता = 22 − 17 = 5।

⇒ 20-30 वर्ग की बारंबारता = 29 − 22 = 7।

⇒ 30-40 वर्ग की बारंबारता = 37 − 29 = 8।

⇒ 40-50 वर्ग की बारंबारता = 50 − 37 = 13।

⇒ 50-60 वर्ग की बारंबारता = 60 − 50 = 10।

birlaeducation.org

वर्ग	**बारंबारता**	**संचयी बारंबारता**
0-10	17	17
10-20	5	22
20-30	7	29
30-40	8	37
40-50	13	50
50-60	10	60
कुल	**60**	

∴ बारंबारता बंटन सारणी ऊपर दी गई है, कुल छात्र 60 हैं

प्रश्न 7 : से अधिक संचयी सारणी से बारंबारता सारणी बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई संचयी बारंबारता सारणी को देखकर बारंबारता बंटन सारणी बनाओ :

प्राप्त अंक	60 से अधिक	50 से अधिक	40 से अधिक	30 से अधिक	20 से अधिक	10 से अधिक	0 से अधिक
छात्रों की संख्या	0	16	40	75	87	92	100

दिया है : यह से अधिक प्रकार की संचयी बारंबारता सारणी है।

⇒ हर वर्ग की बारंबारता = उस वर्ग की संचयी बारंबारता − अगले वर्ग की संचयी बारंबारता।

⇒ 50-60 वर्ग की बारंबारता = 16 − 0 = 16।

⇒ 40-50 वर्ग की बारंबारता = 40 − 16 = 24।

⇒ 30-40 वर्ग की बारंबारता = 75 − 40 = 35।

⇒ 20-30 वर्ग की बारंबारता = 87 − 75 = 12।

⇒ 10-20 वर्ग की बारंबारता = 92 − 87 = 5।

⇒ 0-10 वर्ग की बारंबारता = 100 − 92 = 8।

birlaeducation.org

प्राप्त अंक	**छात्रों की संख्या**
0-10	8
10-20	5
20-30	12
30-40	35
40-50	24
50-60	16
कुल	**100**

∴ बारंबारता बंटन सारणी ऊपर दी गई है, कुल छात्र 100 हैं

प्रश्न 8 : बहुविकल्पीय प्रश्न (M.C.Q.)

प्रश्न : सही उत्तर चुनो :

(i) नीचे में से कौन सा सांख्यिकीय आँकड़ों का चित्रमय प्रदर्शन है? (a) रेखा लेखाचित्र (b) कच्चे आँकड़े (c) संचयी बारंबारता (d) बारंबारता

(ii) आँकड़ों 12, 25, 15, 18, 17, 20, 22, 26, 16, 11, 8, 19, 10, 30, 20, 32 का प्रसार कितना है? (a) 10 (b) 15 (c) 18 (d) 26

(iii) वर्ग 1-5, 6-10 का वर्ग माप कितना है? (a) 4 (b) 5 (c) 4.5 (d) 5.5

(iv) बारंबारता बंटन सारणी में वर्गों के मध्य मान क्रमशः 15, 20, 25, 30 हैं। मध्य मान 20 वाला वर्ग कौन सा है? (a) 12.5-17.5 (b) 17.5-22.5 (c) 18.5-21.5 (d) 19.5-20.5

(v) बारंबारता बंटन सारणी में किसी वर्ग का मध्य मान 10 है और हर वर्ग का वर्ग माप 6 है। उस वर्ग की निम्न सीमा कितनी है? (a) 6 (b) 7 (c) 8 (d) 12

(i) सांख्यिकीय आँकड़ों का चित्रमय प्रदर्शन रेखा लेखाचित्र होता है।

⇒ उत्तर : (a) रेखा लेखाचित्र।

(ii) सबसे बड़ा मान = 32, सबसे छोटा मान = 6।

⇒ प्रसार = 32 − 6 = 26।

⇒ उत्तर : (d) 26।

(iii) वर्ग माप = उच्च सीमा − निम्न सीमा = 5 − 1 = 4।

⇒ उत्तर : (a) 4।

(iv) मध्य मानों का अंतर = 20 − 15 = 5, इसलिए वर्ग माप = 5।

⇒ मध्य मान 20 वाले वर्ग की निम्न सीमा = 20 − 5/2 = 17.5 और उच्च सीमा = 20 + 5/2 = 22.5।

⇒ वर्ग = 17.5-22.5।

⇒ उत्तर : (b) 17.5-22.5।

(v) माना वर्ग की उच्च सीमा = x और निम्न सीमा = y।

⇒ (x + y)/2 = 10 ⇒ x + y = 20 ... (1)

⇒ x − y = 6 ... (2)

⇒ (1) में से (2) घटाने पर, 2y = 14 ⇒ y = 7।

⇒ उत्तर : (b) 7।

∴ (i) (a) रेखा लेखाचित्र (ii) (d) 26 (iii) (a) 4 (iv) (b) 17.5-22.5 (v) (b) 7

birlaeducation.org

प्रश्न 9 : संक्षिप्त उत्तर वाले प्रश्न

प्रश्न :

(1) सतत बारंबारता बंटन सारणी में किसी वर्ग का मध्य मान m हो और उच्च वर्ग सीमा u हो तो निम्न वर्ग सीमा निकालो।

(2) सतत बारंबारता बंटन सारणी में किसी वर्ग का मध्य मान 42 है और वर्ग माप 10 है। उस वर्ग की उच्च और निम्न सीमा लिखो।

(3) नीचे दी गई सारणी के पहले वर्ग की बारंबारता घनत्व लिखो : वर्ग सीमा 70-74, 75-79, 80-84, 85-89; बारंबारता 3, 4, 5, 8।

(4) ऊपर वाली सारणी के अंतिम वर्ग की बारंबारता घनत्व लिखो।

(5) नीचे दिए गए उदाहरणों में से कौन सा गुण है और कौन सा चर है, लिखो : (i) परिवार की जनसंख्या (ii) दैनिक तापमान (iii) शिक्षा का स्तर (iv) मासिक आय (v) माध्यमिक परीक्षा में मिला ग्रेड।

(1) दिया है : मध्य मान = m, उच्च वर्ग सीमा = u, माना निम्न वर्ग सीमा = l।

⇒ मध्य मान = (निम्न वर्ग सीमा + उच्च वर्ग सीमा)/2।

⇒ m = (l + u)/2।

⇒ l + u = 2m।

⇒ l = 2m − u।

(2) दिया है : मध्य मान = 42, वर्ग माप = 10।

⇒ माना उच्च सीमा = x और निम्न सीमा = y।

⇒ (x + y)/2 = 42 ⇒ x + y = 84 ... (1)

⇒ x − y = 10 ... (2)

⇒ (1) और (2) को जोड़ने पर, 2x = 94 ⇒ x = 47।

⇒ (1) में x का मान रखने पर, 47 + y = 84 ⇒ y = 37।

⇒ उच्च सीमा = 47, निम्न सीमा = 37।

(3) दिया है : पहला वर्ग = 70-74, बारंबारता = 3।

⇒ वर्ग माप = 74 − 70 = 4।

⇒ बारंबारता घनत्व = बारंबारता / वर्ग माप = 3/4 = 0.75।

(4) दिया है : अंतिम वर्ग = 85-89, बारंबारता = 8।

⇒ वर्ग माप = 89 − 85 = 4।

⇒ बारंबारता घनत्व = 8/4 = 2।

(5) चर वे हैं जो संख्या से नापे जाते हैं : (i) परिवार की जनसंख्या, (ii) दैनिक तापमान, (iv) मासिक आय।

⇒ गुण वे हैं जो संख्या से नहीं नापे जाते : (iii) शिक्षा का स्तर, (v) माध्यमिक परीक्षा में मिला ग्रेड।

∴ (1) निम्न वर्ग सीमा = 2m − u (2) उच्च सीमा 47, निम्न सीमा 37 (3) 0.75 (4) 2 (5) चर : (i), (ii), (iv); गुण : (iii), (v)

birlaeducation.org

कषे देखी 11.2

प्रश्न 1 : बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : प्रीथा के स्कूल के 75 विद्यार्थियों के अंक नीचे दिए गए हैं :

प्राप्त अंक	30	40	50	60	70	80
छात्रों की संख्या	12	18	21	15	6	3

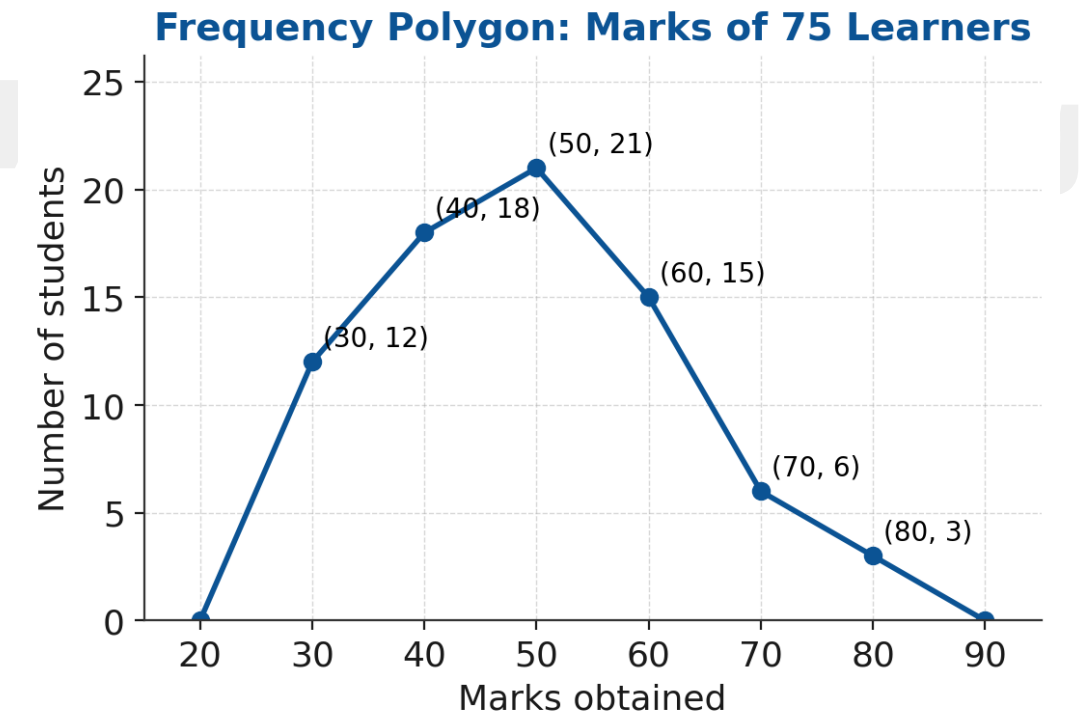
ऊपर के आँकड़ों का बारंबारता बहुभुज बनाओ।

दिया है : x अक्ष पर प्राप्त अंक और y अक्ष पर छात्रों की संख्या लेते हैं।

⇒ दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाला एक एक वर्ग जोड़ते हैं : (20, 0) और (90, 0)।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (20, 0), (30, 12), (40, 18), (50, 21), (60, 15), (70, 6), (80, 3), (90, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।



चित्र 1 : 75 विद्यार्थियों के अंकों का बारंबारता बहुभुज

∴ बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 2 : बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई बारंबारता बंटन सारणी का बारंबारता बहुभुज बनाओ :

वर्ग	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
बारंबारता	4	10	24	12	20	8

दिया है : पहले हर वर्ग का मध्य मान निकालते हैं।

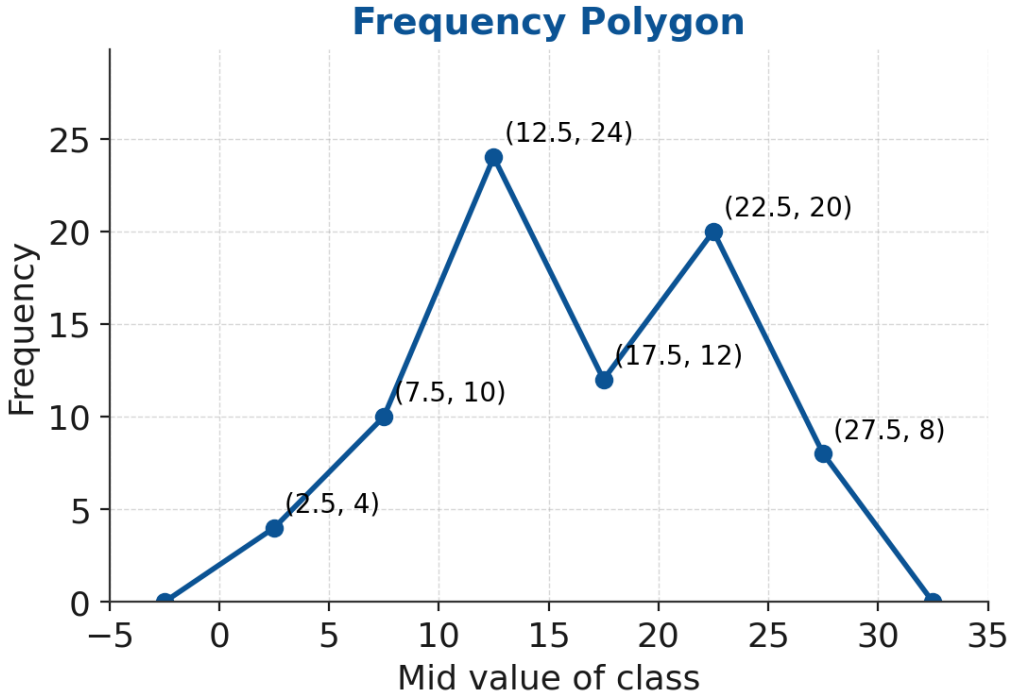
वर्ग	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30
मध्य मान	2.5	7.5	12.5	17.5	22.5	27.5
बारंबारता	4	10	24	12	20	8

⇒ दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले वर्ग जोड़ते हैं : मध्य मान −2.5 और 32.5।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (−2.5, 0), (2.5, 4), (7.5, 10), (12.5, 24), (17.5, 12), (22.5, 20), (27.5, 8), (32.5, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।

pirlaeducation.org



चित्र 2 : दी गई सारणी का बारंबारता बहुभुज

∴ बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 3 : आयतलेख बनाओ

प्रश्न : बकुलतला गाँव की 50 दुकानों का दैनिक लाभ नीचे सारणी में दिया गया है :

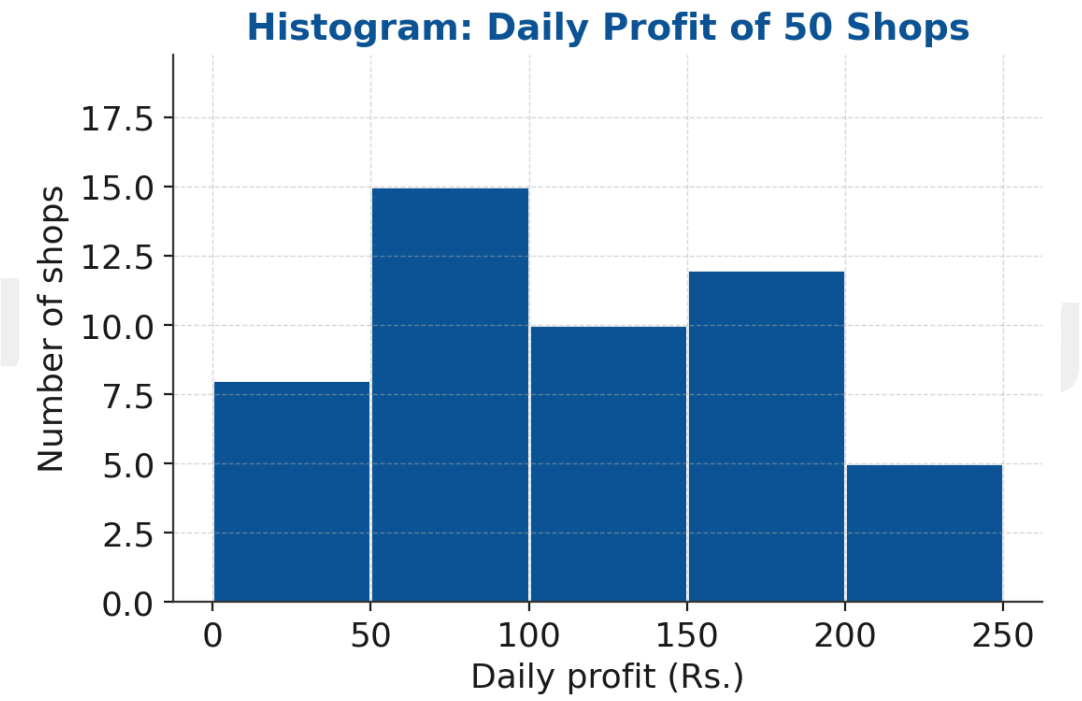
दैनिक लाभ (रु.)	0-50	50-100	100-150	150-200	200-250
दुकानों की संख्या	8	15	10	12	5

ऊपर के आँकड़ों का आयतलेख बनाओ।

दिया है : x अक्ष पर दैनिक लाभ और y अक्ष पर दुकानों की संख्या लेते हैं।

⇒ हर वर्ग के लिए एक आयत बनाते हैं, जिसकी ऊँचाई उस वर्ग की बारंबारता के बराबर होती है।

⇒ आयतों की ऊँचाइयाँ क्रमशः 8, 15, 10, 12, 5 हैं।



चित्र 3 : 50 दुकानों के दैनिक लाभ का आयतलेख

∴ आयतलेख ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 4 : आयतलेख बनाओ

प्रश्न : मीता ने अपने स्कूल की 75 सहेलियों की ऊँचाई नापकर नीचे दी गई सारणी में लिखी है :

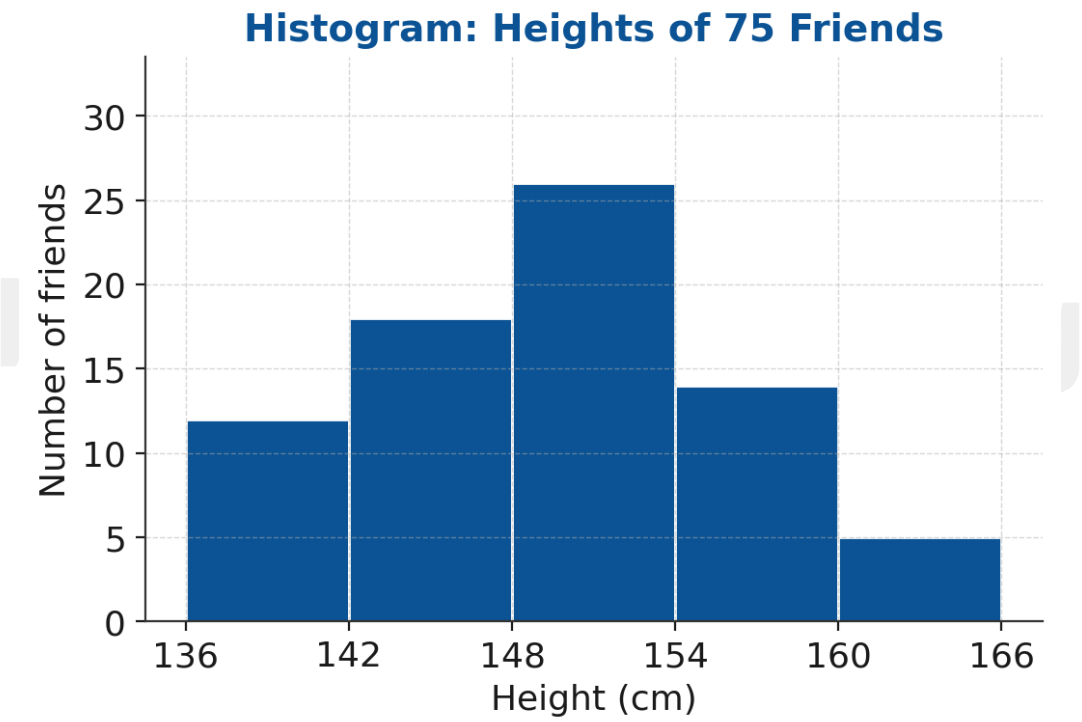
ऊँचाई (सेमी)	136-142	142-148	148-154	154-160	160-166
सहेलियों की संख्या	12	18	26	14	5

मीता के आँकड़ों का आयतलेख बनाओ।

दिया है : x अक्ष पर ऊँचाई (सेमी में) और y अक्ष पर सहेलियों की संख्या लेते हैं।

⇒ हर वर्ग के लिए एक आयत बनाते हैं, जिसकी ऊँचाई उस वर्ग की बारंबारता के बराबर होती है।

⇒ आयतों की ऊँचाइयाँ क्रमशः 12, 18, 26, 14, 5 हैं।



चित्र 4 : 75 सहेलियों की ऊँचाई का आयतलेख

∴ आयतलेख ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 5 : आयतलेख बनाओ

प्रश्न : हमारे मोहल्ले में 10 वर्ष से 45 वर्ष की आयु के हिंदी बोलने वाले लोगों की संख्या नीचे दी गई सारणी में लिखी है :

आयु (वर्ष)	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	40-45
हिंदी बोलने वालों की संख्या	8	14	10	20	6	12

ऊपर के आँकड़ों का आयतलेख बनाओ।

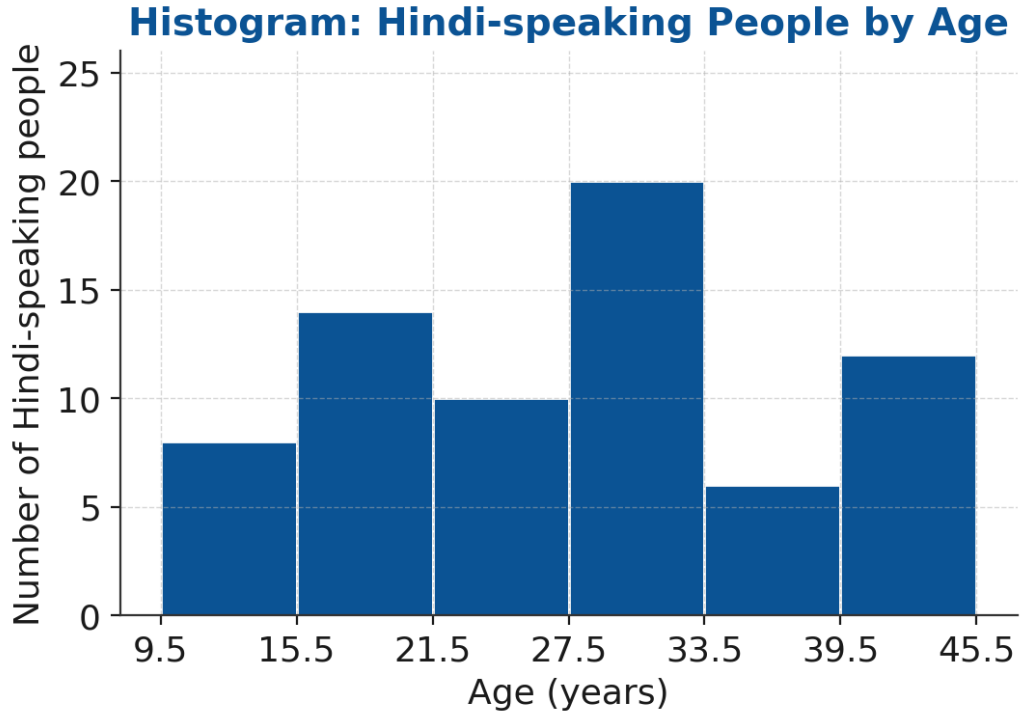
दिया है : वर्ग 10-15, 16-21 जैसे हैं, इसलिए पहले वर्ग सीमा निकालते हैं।

वर्ग (वर्ष)	10-15	16-21	22-27	28-33	34-39	40-45
वर्ग सीमा	9.5-15.5	15.5-21.5	21.5-27.5	27.5-33.5	33.5-39.5	39.5-45.5
बारंबारता	8	14	10	20	6	12

⇒ x अक्ष पर वर्ग सीमा और y अक्ष पर हिंदी बोलने वालों की संख्या लेते हैं।

⇒ हर वर्ग के लिए एक आयत बनाते हैं, जिसकी ऊँचाई उस वर्ग की बारंबारता के बराबर होती है।

hirladucation.org



चित्र 5 : हिंदी बोलने वाले लोगों का आयतलेख

∴ आयतलेख ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 6 : आयतलेख बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई बारंबारता बंटन सारणी का आयतलेख बनाओ :

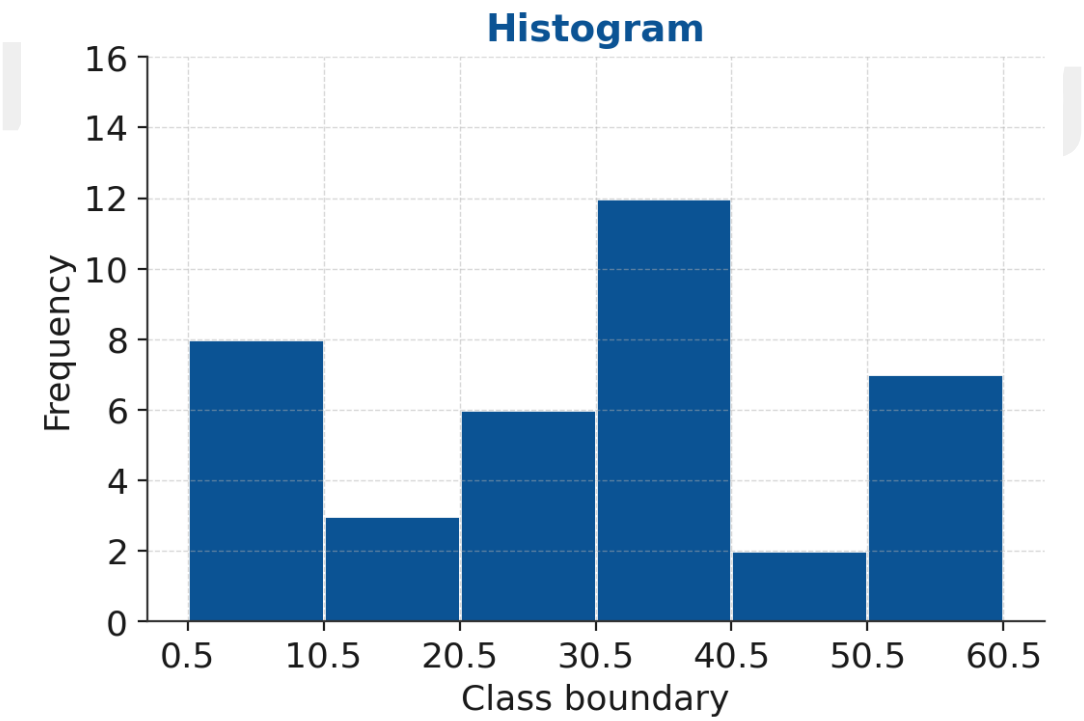
वर्ग	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60
बारंबारता	8	3	6	12	2	7

दिया है : पहले वर्ग सीमा निकालते हैं।

वर्ग	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60
वर्ग सीमा	0.5-10.5	10.5-20.5	20.5-30.5	30.5-40.5	40.5-50.5	50.5-60.5
बारंबारता	8	3	6	12	2	7

⇒ x अक्ष पर वर्ग सीमा और y अक्ष पर बारंबारता लेते हैं।

⇒ हर वर्ग के लिए एक आयत बनाते हैं, जिसकी ऊँचाई उस वर्ग की बारंबारता के बराबर होती है।



चित्र 6 : दी गई सारणी का आयतलेख

∴ आयतलेख ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 7 : आयतलेख बनाकर बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई बारंबारता बंटन सारणी का आयतलेख बनाकर उससे बारंबारता बहुभुज बनाओ :

चंदे की रकम (रु.)	20	25	30	35	40	45	50
सदस्यों की संख्या	20	26	16	10	4	18	6

दिया है : पहले वर्ग और मध्य मान निकालते हैं।

वर्ग (रु.)	17.5-22.5	22.5-27.5	27.5-32.5	32.5-37.5	37.5-42.5	42.5-47.5	47.5-52.5
मध्य मान	20	25	30	35	40	45	50
बारंबारता	20	26	16	10	4	18	6

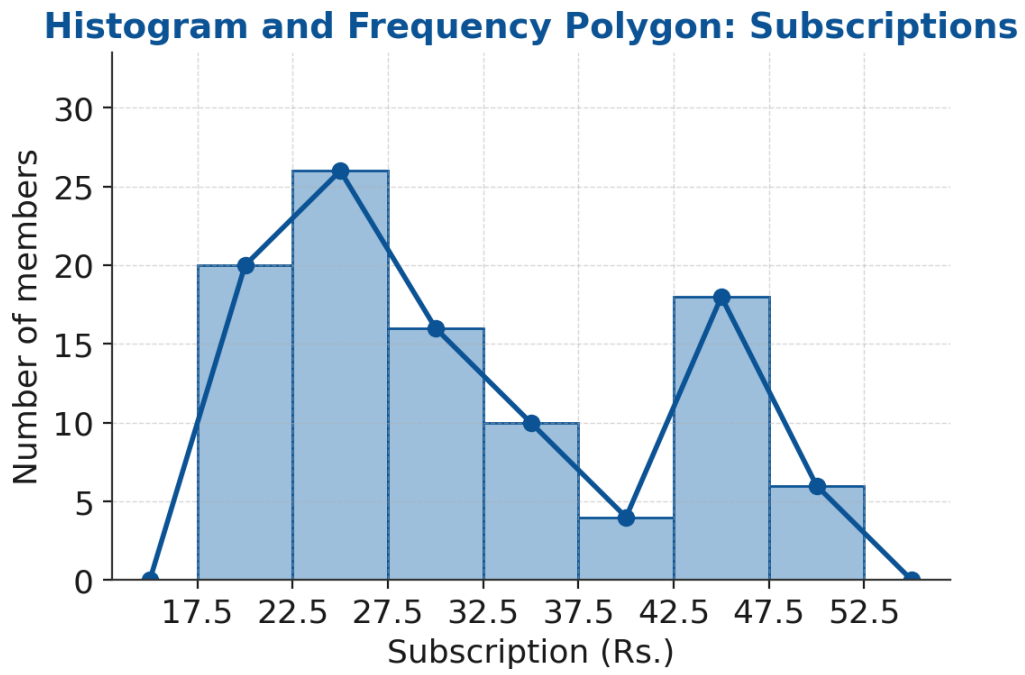
⇒ x अक्ष पर चंदे की रकम और y अक्ष पर सदस्यों की संख्या लेकर आयतलेख बनाते हैं।

⇒ फिर हर आयत के ऊपर के बीच वाले बिंदु को जोड़ते हैं। दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले वर्ग जोड़ते हैं : मध्य मान 15 और 55।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (15, 0), (20, 20), (25, 26), (30, 16), (35, 10), (40, 4), (45, 18), (50, 6), (55, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।

birlaeducation.org



चित्र 7 : चंदे की रकम का आयतलेख और बारंबारता बहुभुज

∴ आयतलेख और बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाए गए हैं

प्रश्न 8 : आयतलेख बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई बारंबारता बंटन सारणी का आयतलेख बनाओ :

बच्चों की संख्या	0	1	2	3	4	5
परिवारों की संख्या	120	85	50	25	15	5

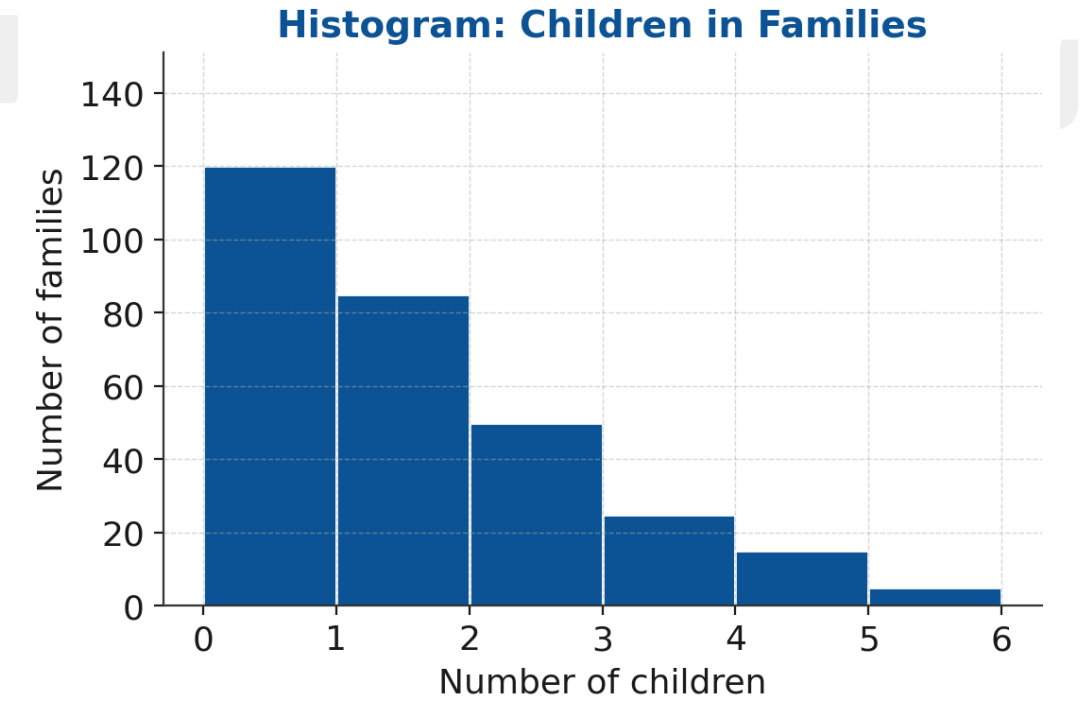
संकेत : पहले अपवर्जी वर्ग विधि से आँकड़ों को वर्ग सीमा 0-1, 1-2, 2-3, 3-4, 4-5, 5-6 वाली बारंबारता बंटन सारणी में बदलो।

दिया है : अपवर्जी वर्ग विधि से सारणी बनाते हैं :

वर्ग (बच्चों की संख्या)	0-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6
बारंबारता (परिवारों की संख्या)	120	85	50	25	15	5

⇒ x अक्ष पर बच्चों की संख्या और y अक्ष पर परिवारों की संख्या लेते हैं।

⇒ हर वर्ग के लिए एक आयत बनाते हैं, जिसकी ऊँचाई उस वर्ग की बारंबारता के बराबर होती है।



चित्र 8 : परिवारों में बच्चों की संख्या का आयतलेख

∴ आयतलेख ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 9 : आयतलेख और बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : वीरसिंह गाँव के प्राथमिक स्कूलों के 32 शिक्षकों की आयु नीचे दी गई सारणी में लिखी है :

आयु (वर्ष)	25-31	31-37	37-43	43-49	49-55
शिक्षकों की संख्या	10	13	5	3	1

ऊपर के आँकड़ों का आयतलेख और बारंबारता बहुभुज बनाओ।

दिया है : पहले मध्य मान निकालते हैं।

वर्ग (आयु वर्ष)	25-31	31-37	37-43	43-49	49-55
मध्य मान	28	34	40	46	52
बारंबारता	10	13	5	3	1

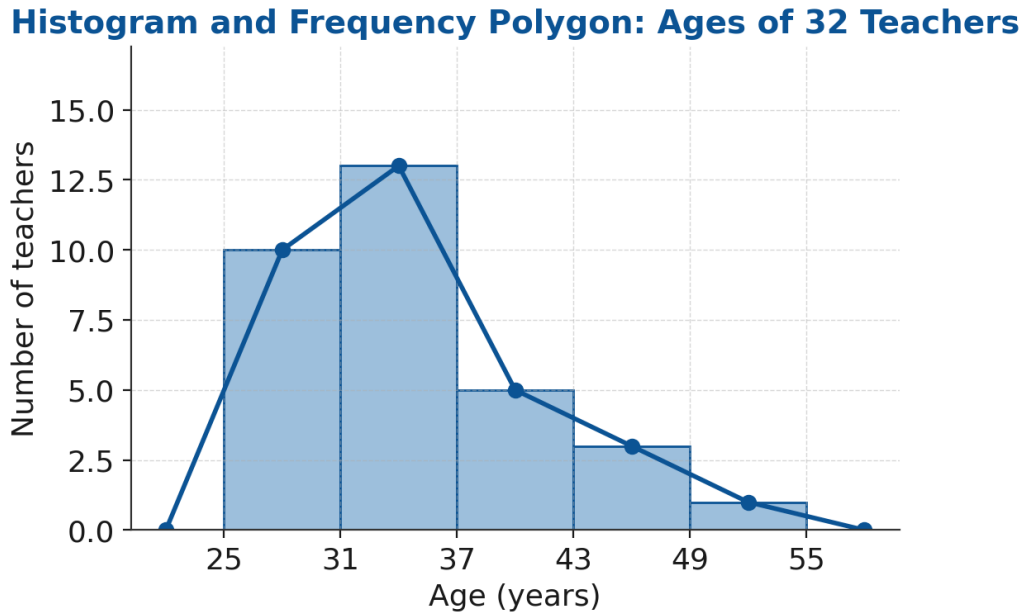
⇒ x अक्ष पर आयु और y अक्ष पर शिक्षकों की संख्या लेकर आयतलेख बनाते हैं।

⇒ फिर हर आयत के ऊपर के बीच वाले बिंदु को जोड़ते हैं। दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले वर्ग जोड़ते हैं : 19-25 और 55-61, जिनके मध्य मान 22 और 58 हैं।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (22, 0), (28, 10), (34, 13), (40, 5), (46, 3), (52, 1), (58, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।

birlaeducation.org



चित्र 9 : 32 शिक्षकों की आयु का आयतलेख और बारंबारता बहुभुज

∴ आयतलेख और बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाए गए हैं

प्रश्न 10 : बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई बारंबारता बंटन सारणी का बारंबारता बहुभुज बनाओ :

वर्ग	75-80	80-85	85-90	90-100	100-105
बारंबारता	12	18	22	10	8

दिया है : पहले मध्य मान निकालते हैं।

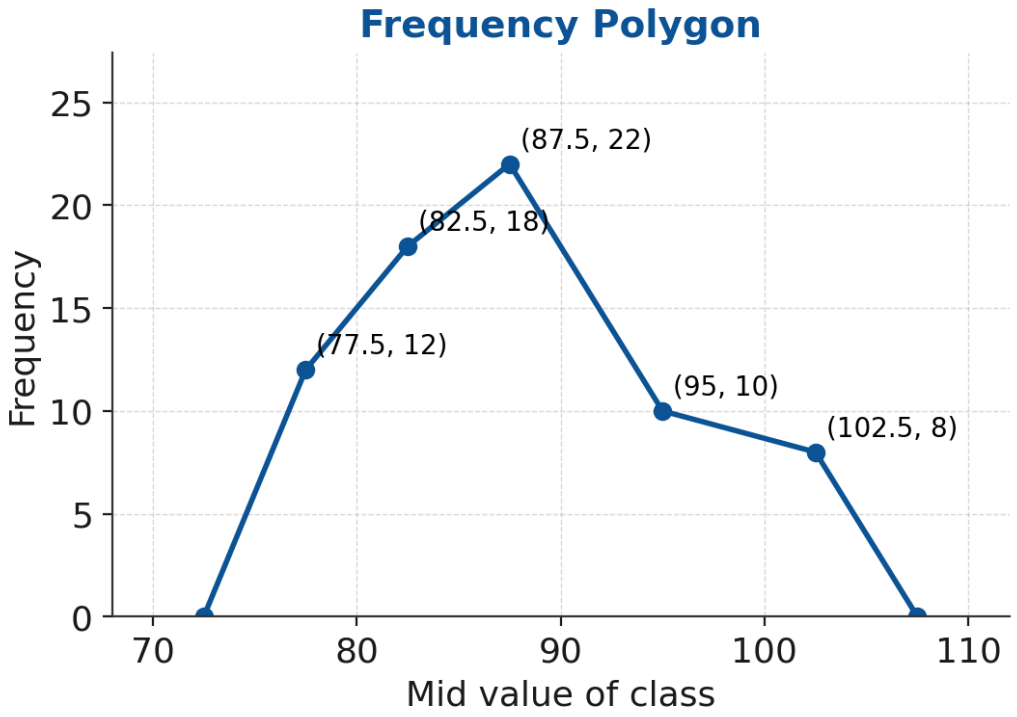
वर्ग	75-80	80-85	85-90	90-100	100-105
मध्य मान	77.5	82.5	87.5	95	102.5
बारंबारता	12	18	22	10	8

⇒ दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले वर्ग जोड़ते हैं : 70-75 और 105-110, जिनके मध्य मान 72.5 और 107.5 हैं।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (72.5, 0), (77.5, 12), (82.5, 18), (87.5, 22), (95, 10), (102.5, 8), (107.5, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।

pirlaeducation.org



चित्र 10 : दी गई सारणी का बारंबारता बहुभुज

∴ बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाया गया है

90-100 वर्ग का वर्ग माप 10 है, इसलिए इसका मध्य मान 95 है, 92.5 नहीं।

birlaeducation.org

प्रश्न 11 : बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : नीचे दी गई बारंबारता बंटन सारणी का बारंबारता बहुभुज बनाओ :

वर्ग	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
बारंबारता	8	3	6	12	4

दिया है : पहले वर्ग सीमा और मध्य मान निकालते हैं।

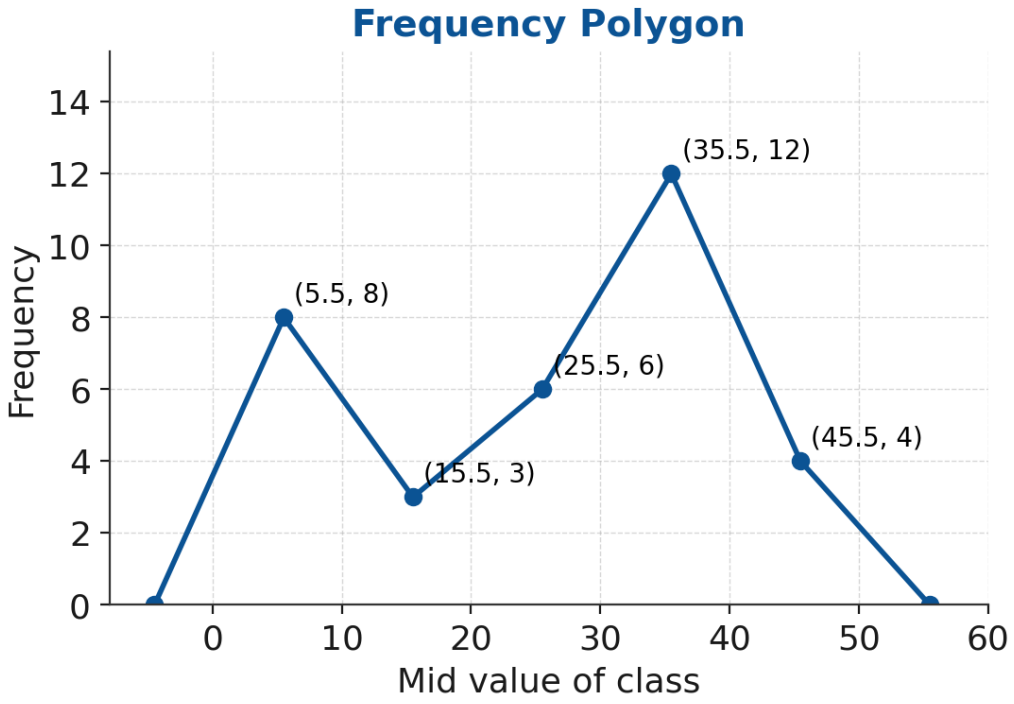
वर्ग	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50
वर्ग सीमा	0.5-10.5	10.5-20.5	20.5-30.5	30.5-40.5	40.5-50.5
मध्य मान	5.5	15.5	25.5	35.5	45.5
बारंबारता	8	3	6	12	4

⇒ दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले वर्ग जोड़ते हैं : −10-0 और 51-60, जिनके मध्य मान −4.5 और 55.5 हैं।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (−4.5, 0), (5.5, 8), (15.5, 3), (25.5, 6), (35.5, 12), (45.5, 4), (55.5, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।

pirlaeducation.org



चित्र 11 : दी गई सारणी का बारंबारता बहुभुज

∴ बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 12 : बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : हमारे गाँव में महिलाओं की साक्षरता के लिए एक विशेष अभियान चलाया जाएगा। इसके लिए हमने नीचे दिए गए आँकड़े जुटाए हैं :

आयु	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
निरक्षरों की संख्या	40	90	100	60	160

ऊपर के आँकड़ों का बारंबारता बहुभुज बनाओ।

दिया है : पहले मध्य मान निकालते हैं।

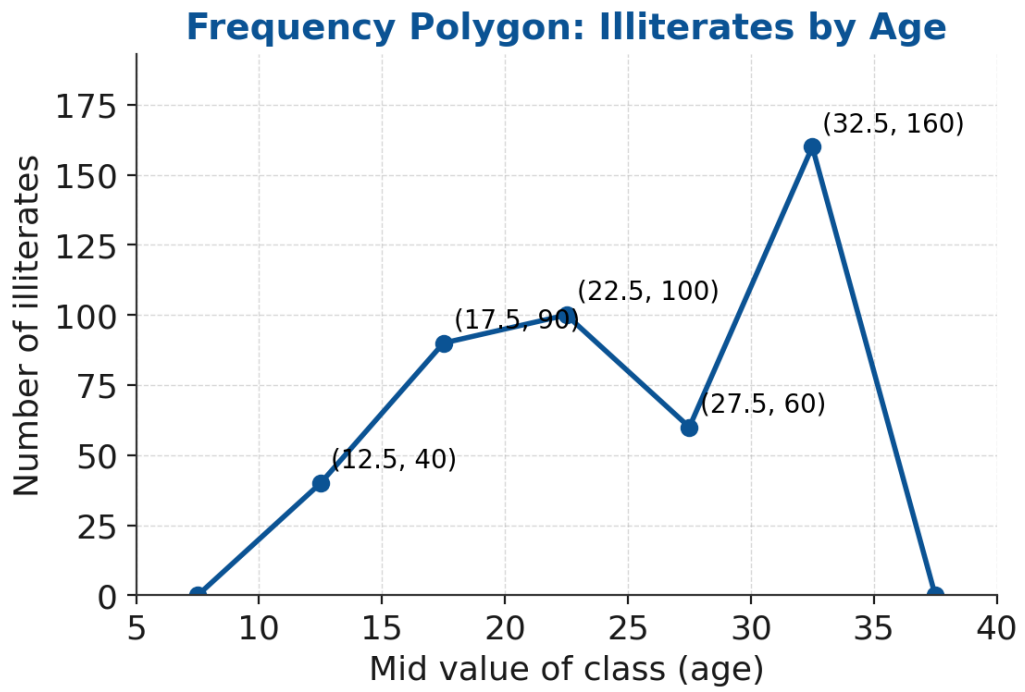
वर्ग (आयु)	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35
मध्य मान	12.5	17.5	22.5	27.5	32.5
बारंबारता	40	90	100	60	160

⇒ दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले वर्ग जोड़ते हैं : 5-10 और 35-40, जिनके मध्य मान 7.5 और 37.5 हैं।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (7.5, 0), (12.5, 40), (17.5, 90), (22.5, 100), (27.5, 60), (32.5, 160), (37.5, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।

birlaeducation.org



चित्र 12 : निरक्षर महिलाओं का बारंबारता बहुभुज

∴ बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 13 : बारंबारता बहुभुज बनाओ

प्रश्न : पिछले महीने कोलकाता फुटबॉल लीग में टीमों द्वारा किए गए गोलों की बारंबारता नीचे लिखी है :

गोल	0	1	2	3	4	5	6
बारंबारता	15	20	12	8	6	3	1

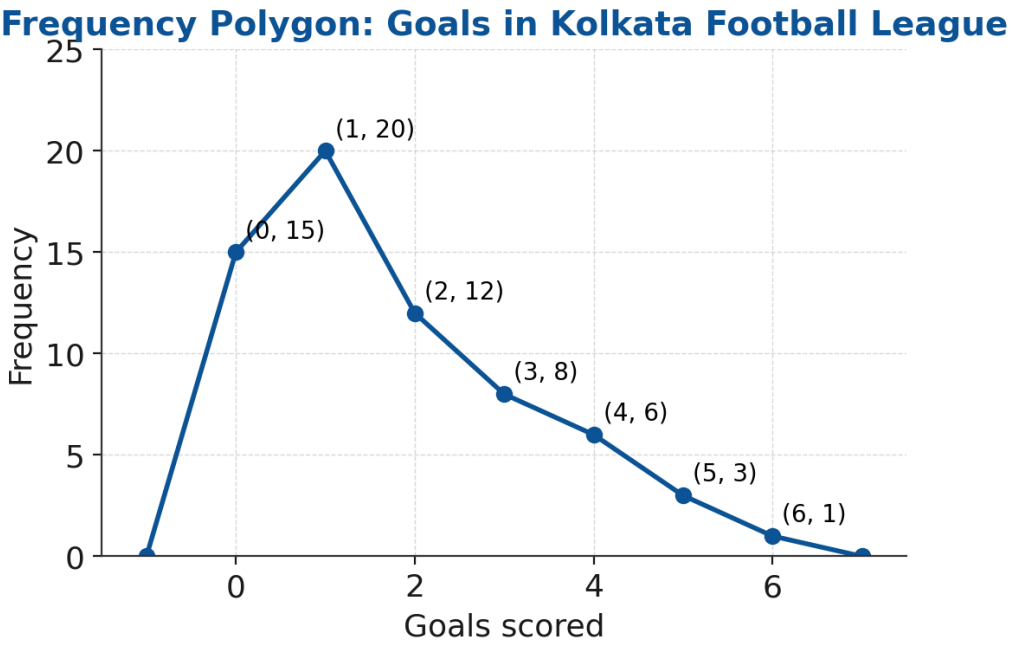
ऊपर के आँकड़ों का बारंबारता बहुभुज बनाओ।

दिया है : x अक्ष पर गोल और y अक्ष पर बारंबारता लेते हैं।

⇒ दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाले बिंदु जोड़ते हैं : (−1, 0) और (7, 0)।

⇒ बिंदु बनाते हैं : (−1, 0), (0, 15), (1, 20), (2, 12), (3, 8), (4, 6), (5, 3), (6, 1), (7, 0)।

⇒ इन बिंदुओं को क्रम से सीधी रेखाओं से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज बनता है।



चित्र 13 : फुटबॉल लीग के गोलों का बारंबारता बहुभुज

∴ बारंबारता बहुभुज ऊपर दिखाया गया है

प्रश्न 14 : बहुविकल्पीय प्रश्न (M.C.Q.)

प्रश्न : सही उत्तर चुनो :

(1) आयतलेख के हर आयत का क्षेत्रफल किसके समानुपाती होता है? (a) उस वर्ग के मध्य मान के (b) उस वर्ग के वर्ग माप के (c) उस वर्ग की बारंबारता के (d) उस वर्ग की संचयी बारंबारता के

(2) बारंबारता बहुभुज किस पर बनाते हैं? (a) वर्ग की उच्च सीमा पर (b) वर्ग की निम्न सीमा पर (c) वर्ग के मध्य मान पर (d) वर्ग के किसी भी मान पर

(3) आयतलेख बनाने के लिए वर्ग सीमा कहाँ लेते हैं? (a) y अक्ष पर (b) x अक्ष पर (c) x अक्ष और y अक्ष दोनों पर (d) x अक्ष और y अक्ष के बीच में

(4) आयतलेख बनाने में क्या लिया जाता है? (a) बारंबारता (b) वर्ग सीमा (c) प्रसार (d) वर्ग माप

(5) आयतलेख कच्चे आँकड़ों का चित्रमय प्रदर्शन है, जिसमें वर्ग सीमा और बारंबारता क्रमशः कहाँ लेते हैं? (a) ऊर्ध्वाधर अक्ष और क्षैतिज अक्ष पर (b) केवल ऊर्ध्वाधर अक्ष पर (c) केवल क्षैतिज अक्ष पर (d) क्षैतिज अक्ष और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर

(1) आयतलेख के हर आयत का क्षेत्रफल उस वर्ग की बारंबारता के समानुपाती होता है।

⇒ उत्तर : (c) उस वर्ग की बारंबारता के।

(2) बारंबारता बहुभुज वर्ग के मध्य मान पर बनाते हैं।

⇒ उत्तर : (c) वर्ग के मध्य मान पर।

(3) आयतलेख बनाने के लिए वर्ग सीमा x अक्ष पर लेते हैं।

⇒ उत्तर : (b) x अक्ष पर।

(4) आयतलेख बनाने में वर्ग माप का ध्यान रखना पड़ता है, क्योंकि जब वर्ग माप अलग अलग हों तो आयत की ऊँचाई बारंबारता घनत्व के अनुसार बनती है।

⇒ उत्तर : (d) वर्ग माप।

(5) आयतलेख में वर्ग सीमा क्षैतिज अक्ष (x अक्ष) पर और बारंबारता ऊर्ध्वाधर अक्ष (y अक्ष) पर लेते हैं।

⇒ उत्तर : (d) क्षैतिज अक्ष और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर।

∴ (1) (c) उस वर्ग की बारंबारता के (2) (c) वर्ग के मध्य मान पर (3) (b) x अक्ष पर (4) (d) वर्ग माप (5) (d) क्षैतिज अक्ष और ऊर्ध्वाधर अक्ष पर

birlaeducation.org

परीक्षा में ध्यान देने वाली बातें

बच्चों की 4 आम ग़लतियाँ :

1. आयतलेख में वर्ग अंतराल लेना : x अक्ष पर हमेशा वर्ग सीमा लो, जैसे 1-10 के लिए 0.5-10.5।
2. बारंबारता बहुभुज में बिंदु वर्ग की सीमा पर बनाना : बिंदु हमेशा मध्य मान पर बनाओ।
3. बहुभुज के सिरे खुला छोड़ना : दोनों सिरों पर बारंबारता शून्य वाला एक एक वर्ग जोड़कर बहुभुज को x अक्ष से मिलाओ।

4. संचयी बारंबारता में जोड़ गलत करना : से कम प्रकार में ऊपर से नीचे जोड़ो, से अधिक प्रकार में नीचे से ऊपर जोड़ो, और आख़िर में कुल बारंबारता से मिलान करके देखो।

आख़िरी जाँच की आदत : सारणी बनाते ही बारंबारताओं को जोड़कर देखो : जोड़ कुल आँकड़ों की संख्या के बराबर होना चाहिए। आयतलेख और बहुभुज बनाते समय पहले मध्य मान और वर्ग सीमा अलग से निकालकर लिख लो।

birlaeducation.org